

## **Menentukan Cadangan Prospektif Dan Retrospektif Pecahan Asuransi Jiwa Joint Life Untuk Dua Orang Tertanggung**

**Sam Wibowo<sup>1</sup>, Rudi Ruswandi<sup>2</sup>, Ahmad Faisol<sup>3,\*</sup>**

<sup>1,2,3</sup>Jurusan Matematika FMIPA, Universitas Lampung, Jalan Prof. Dr. Soemantri Brodjonegoro No.1 Bandar Lampung

\*Corresponding author: [ahmadfaisol@fmipa.unila.ac.id](mailto:ahmadfaisol@fmipa.unila.ac.id)

---

### **Abstrak**

Cadangan premi adalah sejumlah dana yang harus disiapkan perusahaan asuransi untuk membayarkan benefit kepada tertanggung. Cadangan premi dapat dihitung berdasarkan pengeluaran di masa lalu yang disebut cadangan retrospektif dan juga dapat dihitung berdasarkan pengeluaran di masa depan yang disebut cadangan prospektif. Cadangan yang dihitung beberapa kali dalam satu tahun disebut cadangan pecahan. Dalam penelitian ini, jenis asuransi yang akan dihitung adalah asuransi joint life berjangka untuk dua orang tertanggung dengan asumsi sepasang suami-istri menandatangani polis asuransi saat berumur masing-masing 50 tahun dan 45 tahun, tingkat suku bunga sebesar 5%, kontrak asuransi selama 10 tahun, cadangan dihitung persemester, dan benefit sebesar Rp.50.000.000. Tabel mortalita yang digunakan adalah Tabel Mortalita Indonesia 2011 untuk laki-laki dan perempuan. Berdasarkan analisis penelitian, cadangan semester ganjil maupun semester genap setiap waktunya konsisten meningkat sampai titik tertinggi, setelah itu menurun hingga semester terakhir masa kontrak asuransi cadangannya sebesar Rp 0. Cadangan pada semester genap selalu lebih besar dari cadangan semester ganjil sebelumnya maupun sesudahnya, hal ini disebabkan oleh *unearned premium*.

**Kata-kata kunci:** Asuransi Joint Life, Cadangan Pecahan, Cadangan Prospektif, Cadangan Retrospektif.

---

### **Pendahuluan**

Asuransi jiwa merupakan suatu program yang memberikan *benefit* atas pengalihan risiko kematian dari peserta asuransi sebagai tertanggung kepada perusahaan asuransi sebagai penanggung. Asuransi jiwa dibagi menjadi tiga jenis, yaitu asuransi *endowment* murni, berjangka, dan *dwiguna*. Asuransi jiwa berjangka adalah asuransi jiwa di mana tertanggung akan mendapatkan *benefit* jika dan hanya jika tertanggung meninggal dalam masa kontrak asuransi. Perhitungan asuransi dapat dilakukan secara diskrit maupun kontinu. Pada perhitungan diskrit, jika tertanggung meninggal maka *benefit* akan diberikan pada akhir tahun polis.

Dilihat dari jumlah tertanggungnya, asuransi jiwa dapat dibagi menjadi dua, yaitu asuransi jiwa tunggal dan asuransi jiwa gabungan. Pada asuransi jiwa gabungan tertanggung yang dilindungi berjumlah dua orang atau lebih. Menurut status kematiannya, asuransi jiwa gabungan dapat dibedakan menjadi dua, yaitu asuransi *joint life* dan asuransi *last survivor*. Asuransi *joint life* adalah asuransi jiwa gabungan di mana *benefit* akan dibayarkan oleh perusahaan asuransi ketika terjadi kematian pertama pada tertanggung.

Untuk mendapatkan *benefit*, peserta asuransi memiliki kewajiban membayar sejumlah uang yang disebut premi. Premi yang dibayarkan sekaligus saat penandatanganan polis disebut premi tunggal.

Pada perhitungan diskrit, umumnya *benefit* diberikan saat akhir tahun polis ketika tertanggung meninggal, namun perusahaan asuransi juga dapat membayar *benefit* beberapa kali dalam satu tahun untuk para peserta asuransi. Menurut Futami (Futami, 1993) persamaan premi tunggal *joint life* untuk 2 orang tertanggung dengan pembayaran *benefit* dilakukan sebanyak  $m$  kali dalam satu tahun adalah

$$A_{xy:n|}^{(m)} = v^{\left(\frac{m+1}{2m}\right)-1} \left( \frac{M_{xy} - M_{x+n,y+n}}{D_{xy}} \right) \quad (1)$$

dengan  $v$  adalah nilai sekarang yang didefinisikan dengan persamaan:

$$v = \frac{1}{1+i} \quad (2)$$

dengan  $i$  adalah tingkat suku bunga.

Dalam menghitung asuransi diskrit digunakan fungsi-fungsi komutasi untuk mempermudah perhitungan dan meringkas penulisan persamaan. Menurut Jordan (Jordan, 1991), fungsi komutasi *joint life* dapat didefinisikan secara analog dengan fungsi komutasi tunggalnya, yaitu:

$$D_{xy} = v^{\frac{x+y}{2}} l_{xy} \quad (3)$$

$$C_{xy} = v^{\frac{x+y}{2}+1} d_{xy} \quad (4)$$

$$N_{xy} = D_{xy} + D_{x+1,y+1} + \dots + D_{\omega} \quad (5)$$

$$M_{xy} = C_{xy} + C_{x+1,y+1} + \dots + C_{\omega} \quad (6)$$

dengan  $\omega$  adalah umur tertinggi dalam tabel mortalita.  $l_{xy}$  adalah jumlah orang yang berusia  $x$  tahun dan  $y$  tahun hidup.  $d_{xy}$  adalah jumlah orang yang berusia  $x$  tahun dan  $y$  tahun meninggal.  $l_{xy}$  dan  $d_{xy}$  diperoleh dari tabel mortalita.

Pada kenyataannya, sebagian besar tertanggung tidak memilih premi tunggal dikarenakan besarnya premi yang harus dibayarkan dalam satu waktu. Tertanggung lebih memilih membayarnya dengan cara mengangsur. Untuk menentukan rangkaian pembayaran dan besarnya premi angsuran diperlukan anuitas. Menurut Sembiring (Sembiring, 1986), anuitas awal untuk 2 orang tertanggung yang berusia  $x$  tahun dan  $y$  tahun dengan kontrak asuransi selama  $n$  tahun di mana pembayarannya dilakukan sebanyak  $m$  kali dalam satu tahun dirumuskan sebagai berikut:

$$\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}^{(m)} = \frac{N_{xy} - N_{x+n,y+n}}{D_{xy}} - \frac{m-1}{2m} \left( 1 - \frac{D_{x+n,y+n}}{D_{xy}} \right) \quad (7)$$

Setelah nilai anuitas telah ditentukan maka akan diketahui besarnya premi angsurannya. Berikut ini adalah total premi angsuran dalam satu tahun untuk 2 orang tertanggung yang berusia  $x$  tahun dan  $y$  tahun dengan kontrak asuransi selama  $n$  tahun di mana pembayarannya dilakukan sebanyak  $m$  kali dalam satu tahun.

$$P_{xy:\overline{n}|}^{(m)} = \frac{A_{xy:\overline{n}|}^{(m)}}{\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}^{(m)}} \quad (8)$$

Premi yang telah dibayarkan akan digunakan oleh perusahaan asuransi untuk membayarkan *benefit* saat dibutuhkan. Pada tahun awal-awal berjalannya polis, pendapatan yang diperoleh perusahaan asuransi dari premi beserta bunganya akan jauh lebih besar dari jumlah *benefit* yang harus dibayarkan kepada pihak tertanggung. Laju mortalita umumnya akan meningkat dengan semakin meningkatnya usia, jadi pada tahun awal polis, besarnya premi tahunan akan

melampaui biaya asuransi tahunannya. Kelebihan dana premi ini akan disimpan oleh perusahaan asuransi sebagai cadangan premi sampai dibutuhkan kelak untuk membayarkan *benefit* kepada tertanggung.

Menurut Destriani, dkk. (Destriani et al., 2014), tidak sedikit perusahaan jasa asuransi jiwa yang mengalami kerugian dikarenakan tidak mampu membayar *benefit* kepada tertanggung. Hal ini disebabkan ketika jumlah klaim yang diajukan oleh tertanggung harus dibayar melebihi jumlah klaim yang diprediksi sebelumnya. Keadaan seperti ini dapat diantisipasi jika perusahaan jasa asuransi memiliki dana cadangan yang telah diperhitungkan secara tepat.

Perhitungan nilai cadangan dapat dibagi menjadi dua jenis, yaitu cadangan prospektif dan retrospektif. Cadangan prospektif didefinisikan sebagai selisih antara nilai sekarang dari *benefit* yang akan dibayarkan dengan nilai sekarang dari premi bersih yang akan datang sesuai dengan anuitas yang telah ditentukan. Sedangkan perhitungan cadangan retrospektif adalah perhitungan nilai cadangan berdasarkan waktu yang lalu, dengan kata lain perhitungan nilai cadangan berdasarkan jumlah total pendapatan pada waktu yang lalu sampai dilakukan perhitungan cadangan, dikurangi dengan jumlah pengeluaran di waktu yang lalu untuk tiap peserta asuransi (Futami, 1993).

Pada tahun 1993, Futami telah merumuskan cadangan prospektif dan retrospektif untuk asuransi *single life*. Secara analog, cadangan asuransi *joint life* dapat dirumuskan dengan memodifikasi persamaan cadangan asuransi *single life*. Cadangan prospektif pada tahun ke- $t$  untuk asuransi *joint life* dapat dirumuskan dengan:

$${}_tV_{xy:\overline{n}}^1 = A_{x+t,y+t:\overline{n-t}}^1 - P_{xy:\overline{n}}^1 \ddot{a}_{x+t,y+t:\overline{n-t}} \quad (9)$$

Sedangkan untuk cadangan retrospektifnya adalah

$${}_tV_{xy:\overline{n}}^1 = \frac{N_{xy} - N_{x+t,y+t}}{D_{x+t,y+t}} P_{xy:\overline{n}}^1 - \frac{M_{xy} - M_{x+t,y+t}}{D_{x+t,y+t}} \quad (10)$$

Pada Persamaan (9) dan Persamaan (10) cadangan hanya dihitung pertahun, dengan pembayaran premi tunggal maupun premi tahunan serta *benefit* dikeluarkan perusahaan 1 tahun sekali. Bagaimana dengan cadangan yang dihitung beberapa kali dalam satu tahun, dengan premi angsuran dan *benefit*-nya dibayarkan beberapa kali dalam satu tahun?

Pada penelitian ini, penulis akan merumuskan cadangan yang dihitung beberapa kali dalam satu tahun, dengan premi angsuran dan *benefit*-nya dibayarkan beberapa kali dalam satu tahun. Selanjutnya akan diberikan contoh kasus untuk cadangan semesteran.

### **Metode Penelitian**

Penelitian ini merupakan kajian literatur pada bidang matematika aktuaria. Penulis mempelajari mengenai topik cadangan premi yang bersumber dari buku, jurnal, internet, dan sumber lainnya yang kemudian hasil perumusan dari penelitian tersebut akan dimodifikasi untuk masalah yang lebih luas. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data dari tabel mortalita indonesia yang diterbitkan Asosiasi Asuransi Jiwa Indonesia (AAJI) pada tahun 2011.

Langkah-langkah dalam proses penelitian ini adalah:

- (1) Merumuskan cadangan prospektif dan retrospektif tahunan pada asuransi berjangka *joint life* untuk 2 orang tertanggung.
- (2) Merumuskan cadangan prospektif dan retrospektif pecahan pada asuransi berjangka *joint life* untuk 2 orang tertanggung.
- (3) Mengaplikasikan perumusan yang telah didapat pada sebuah contoh kasus.

### **Hasil dan Pembahasan**

Cadangan prospektif pecahan asuransi jiwa berjangka *joint life* untuk 2 orang tertanggung dengan masing-masing usia  $x$  dan  $y$  tahun dapat dirumuskan seperti Persamaan (9) dengan menambahkan simbol ( $m$ ) di atas sebelah kanan pada masing-masing besarannya.

$$\begin{aligned}
 {}_tV_{xy:\overline{n}}^{(m)1} &= A_{x+t,y+t:\overline{n-t}}^{(m)1} \\
 - P_{xy:\overline{n}}^{(m)1} \ddot{a}_{x+t,y+t:\overline{n-t}}^{(m)} & \qquad \qquad \qquad (11)
 \end{aligned}$$

Fungsi komutasi  $D_{xy}$ ,  $C_{xy}$ ,  $N_{xy}$ , dan  $M_{xy}$  telah didefinisikan oleh Persamaan (3), (4), (5), dan (6) di mana dalam persamaan tersebut ada jumlah orang yang hidup  $l_{xy}$  dan meninggal  $d_{xy}$  yang dalam tabel mortalita hanya tersedia untuk waktu tahunan, sedangkan untuk waktu pecahan tidak tersedia. Karena itu, untuk merumuskan cadangan retrospektif pecahan asuransi jiwa berjangka *joint life* untuk 2 orang tertanggung tidak bisa memodifikasi dari Persamaan (10).

Menurut Futami (Futami, 1993), cadangan prospektif dan cadangan retrospektif besarnya sama pada setiap waktunya. Sehingga perumusan cadangan retrospektif pecahan asuransi jiwa berjangka *joint life* untuk 2 orang tertanggung akan didapatkan dengan cara memodifikasi perumusan cadangan prospektifnya, sehingga perumusannya dituliskan seperti berikut:

$$\begin{aligned}
 {}_tV_{xy:\overline{n}}^{(m)1} &= P_{xy:\overline{n}}^{(m)1} \frac{(N_x - N_{x+t})}{D_{x+t,y+t}} \\
 &\quad - \frac{v^{\left(\frac{m+1}{2m}\right)-1} (M_{xy} - M_{x+t,y+t})}{D_{x+t,y+t}} \\
 &+ \frac{P_{xy:\overline{n}}^{(m)1} \left( \frac{m-1}{2m} \left( 1 - v^{\frac{x+y}{2}+t} {}_{n-t}p_{xy} \right) D_{x+t,y+t} \right.}{D_{x+t,y+t}} \\
 &\quad \left. - \frac{k-1}{2m} \left( 1 - v^{\frac{x+y}{2}} {}_n p_{xy} \right) D_{xy} \right) \qquad \qquad \qquad (12)
 \end{aligned}$$

Menurut Futami (Futami, 1994), cadangan premi tidak hanya dihitung saat  $t$  bilangan bulat, namun bisa juga dihitung saat  $t$  bilangan pecahan. Terhadap tertanggung, cadangan yang terdapat pada akhir tahun polis terhadap pendapatan premi tahun berikutnya dan terhadap pinjaman pemegang polis, cadangan pada saat tersebut adalah meningkat.

Cadangan dalam waktu pecahan *joint life* untuk 2 orang tertanggung yang masing-masing berusia  $x$  dan  $y$  tahun dalam jangka waktu asuransi selama  $n$  tahun dapat dirumuskan dengan persamaan berikut:

$$\begin{aligned} {}_{t+s}V^{(m)} \overset{1}{xy:\overline{n}} &= {}_tV^{(m)} \overset{1}{xy:\overline{n}} \\ &+ s \left( {}_{t+1}V^{(m)} \overset{1}{xy:\overline{n}} - {}_tV^{(m)} \overset{1}{xy:\overline{n}} \right) + \\ &(1-s) P^{(m)} \overset{1}{xy:\overline{n}} \end{aligned} \tag{13}$$

Di mana  $s$  menyatakan waktu pecahannya yang memiliki nilai di antara 0 dan 1 atau dapat dituliskan sebagai  $0 < s < 1$ .  $(1-s) P^{(m)} \overset{1}{xy:\overline{n}}$  adalah *unearned premium*, yaitu premi yang akan diterima oleh persahaan pada tahun tersebut namun belum dibayarkan oleh pihak tertanggung.

### Contoh kasus

Untuk contoh kasus pada penelitian ini, tertanggung adalah sepasang suami-istri yang berusia masing-masing 50 tahun dan 45 tahun, tingkat suku bunga sebesar 5%, kontrak asuransi selama 10 tahun, cadangan dihitung persemester, dan benefit sebesar Rp 50.000.000.

Total premi angsuran dalam 1 tahun dibutuhkan untuk menghitung besarnya cadangan. Untuk menghitung total premi angsuran dalam 1 tahun, terlebih dahulu menghitung premi tunggal dan anuitasnya.

$$\begin{aligned} A^{(2)} \overset{1}{50,45:\overline{10}} &= v^{\left(\frac{3}{4}\right)-1} \left( \frac{M_{50,45} - M_{60,55}}{D_{50,45}} \right) \\ &= v^{\left(\frac{-1}{4}\right)} \left( \frac{313718706,9 - 233965854,2}{902189321} \right) \\ &= 0,089484 \end{aligned}$$

Premi tunggal untuk benefit sebesar 1 satuan adalah 0,089484 maka premi tunggal untuk benefit sebesar Rp 50.000.000 adalah  $Rp\ 50.000.000 \times 0,089484 = Rp\ 4.474.204$ .

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{50,45:\overline{10}|}^{(2)} &= \frac{N_{50,45} - N_{60,55}}{D_{50,45}} \\ &\quad - \frac{1}{4} \left( 1 - \frac{D_{60,55}}{D_{50,45}} \right) \\ &= \frac{12357882892 - 5337635951}{902189321} \\ &\quad - \frac{1}{4} \left( 1 - \frac{488138995}{902189321} \right) \\ &= 7,666611 \end{aligned}$$

Sehingga total premi angsuran dalam satu tahun adalah

$$P^{(2)} \overset{1}{50,45:\overline{10}|} = \frac{A^{(2)} \overset{1}{50,45:\overline{10}|}}{\ddot{a}_{50,45:\overline{10}|}^{(2)}} = \frac{Rp\ 4.474.204}{7,666611} = Rp\ 583.596$$

Premi tersebut dibayarkan 2 kali dalam 1 tahun, yang artinya premi yang harus dibayarkan setiap semester oleh tertanggung sebesar:

$$\frac{P^{(2)} \overset{1}{50,45:\overline{10}|}}{2} = \frac{Rp\ 583.596}{2} = Rp\ 291.798.$$

Setelah mendapatkan nilai premi tunggal dan premi angsuran, maka cadangan tahunan dapat dihitung berdasarkan Persamaan (11) dan Persamaan (12) saat  $t = 0$  sampai  $t = 10$  yang hasilnya dapat ditampilkan pada tabel berikut:

**Tabel 1. Cadangan Prospektif dan Cadangan Retrospektif Tahunan**

$t$	Prospektif	Retrospektif
-----	------------	--------------



0	Rp 0	Rp 0
1	Rp 2.366.838	Rp 2.366.838
2	Rp 4.374.918	Rp 4.374.918
3	Rp 5.951.437	Rp 5.951.437
4	Rp 7.048.588	Rp 7.048.588
5	Rp 7.614.086	Rp 7.614.086
6	Rp 7.590.591	Rp 7.590.591
7	Rp 6.909.847	Rp 6.909.847
8	Rp 5.481.288	Rp 5.481.288
9	Rp 3.209.897	Rp 3.209.897
10	Rp 0	Rp 0

Berdasarkan tabel 1 di atas, cadangan dari tahun pertama sampai tahun ke lima selalu meningkat dan setelahnya selalu menurun. Pada tahun pertama sampai tahun ke lima cadangan selalu meningkat dikarenakan pemasukan dari premi tertanggung lebih banyak dibandingkan pengeluaran perusahaan untuk membayarkan santunan, sedangkan pada tahun-tahun berikutnya cadangan selalu menurun dikarenakan pengeluaran perusahaan untuk membayarkan santunan lebih besar dibandingkan premi yang dibayarkan oleh tertanggung.

Setelah mendapatkan nilai cadangan tahunan, maka cadangan semesteran dapat dihitung berdasarkan Persamaan (13) dengan  $t = 0$  sampai  $t = 10$  dan  $s = 0,5$  yang hasilnya dapat ditampilkan pada tabel berikut:

**Tabel 2. Cadangan Semesteran**

$t$	Semester	Cadangan
0	1	Rp 0
	2	Rp 4.101.400

1	3	Rp 2.366.838
	4	Rp 6.288.859
2	5	Rp 4.374.918
	6	Rp 8.081.159
3	7	Rp 5.951.437
	8	Rp 9.417.994
4	9	Rp 7.048.588
	10	Rp 10.249.318
5	11	Rp 7.614.086
	12	Rp 10.520.319
6	13	Rp 7.590.591
	14	Rp 10.168.200
7	15	Rp 6.909.847
	16	Rp 9.113.548
8	17	Rp 5.481.288
	18	Rp 7.263.573
9	19	Rp 3.209.897
	20	Rp 4.522.929
10	21	Rp 0

Semester ganjil adalah awal tahun saat cadangan dihitung, sedangkan semester genap adalah bulan ke enam atau pertengahan tahun saat cadangan dihitung. Dari tabel di atas, dapat diamati bahwa besar cadangan pada semester genap selalu lebih besar dari cadangan semester ganjil satu semester sebelumnya maupun satu semester selanjutnya. Hal ini dikarenakan pada waktu pecahan *unearned premium* sudah diperhitungkan dalam dana cadangan meskipun dana tersebut belum dibayarkan tertanggung kepada pihak perusahaan asuransi.

## Penutup

Perumusan cadangan prospektif pecahan yang dihitung pertahun adalah

$${}_tV^{(m)} \overset{1}{xy:\overline{n}} = A^{(m)} \overset{1}{x+t,y+t;\overline{n-t}} - P^{(m)} \overset{1}{xy:\overline{n}} \ddot{a}^{(m)} \overset{1}{x+t,y+t;\overline{n-t}}.$$

Sedangkan perumusan untuk cadangan retrospektifnya adalah

$${}_tV^{(m)} \overset{1}{xy:\overline{n}} = P^{(m)} \overset{1}{xy:\overline{n}} \frac{(N_x - N_{x+t})}{D_{x+t,y+t}} - \frac{v^{\left(\frac{m+1}{2m}\right)-1} (M_{xy} - M_{x+t,y+t})}{D_{x+t,y+t}} + \frac{P^{(m)} \overset{1}{xy:\overline{n}} \left( \frac{m-1}{2m} \left( 1 - v^{\frac{x+y}{2}+t} {}_{n-t}p_{xy} \right) D_{x+t,y+t} - \frac{k-1}{2m} \left( 1 - v^{\frac{x+y}{2}} {}_np_{xy} \right) D_{xy} \right)}{D_{x+t,y+t}}.$$

Setelah cadangan tahunan ditentukan, maka cadangan pecahannya dihitung menggunakan persamaan:

$${}_{t+s}V^{(m)} \overset{1}{xy:\overline{n}} = {}_tV^{(m)} \overset{1}{xy:\overline{n}} + s \left( {}_{t+1}V^{(m)} \overset{1}{xy:\overline{n}} - {}_tV^{(m)} \overset{1}{xy:\overline{n}} \right) + (1-s) P^{(m)} \overset{1}{xy:\overline{n}}$$

Cadangan pada semester genap selalu lebih besar dari cadangan semester ganjil sebelumnya maupun sesudahnya, hal ini disebabkan oleh *unearned premium* yang dihitung pada waktu-waktu pecahan.

### Daftar Pustaka

- Destriani, N., S., & M.N., M. (2014). Penentuan Nilai Cadangan Prospektif pada Asuransi Jiwa Seumur Hidup Menggunakan Metode New Jersey. *Buletin Ilmiah Mat.Stat Dan Terapannya (BIMASTER)*, 03, 7–12.
- Futami, T. (1993). *Matematika Asuransi Jiwa Bagian I*. Incorporated Foundation Oriental Life Insurance Cultural Development Center.

Futami, T. (1994). *Matematika Asuransi Jiwa Bagian II*. Incorporated Foundation Oriental Life Insurance Cultural Development Center.

Jordan, J. C. W. (1991). *Life Contingencies*. The Society of Actuaries.

Sembiring, R. K. (1986). *Asuransi I*. Karunika Universitas Terbuka.