

The GARCH-X(1,1) Model with Exponentially Transformed Exogenous Variables

Didit B. Nugroho^{1*}, Obed C. Dimitrio², Faldy Tita³ 

^{1,2,3}Departemen Matematika dan Sains Data, Universitas Kristen Satya Wacana, Salatiga, Indonesia

ARTICLE INFO

Article history:

Received July 26, 2022

Revised July 29, 2022

Accepted November 20, 2022

Available online April 25, 2023

Kata Kunci:

ARWM, GARCH-X, Student-t, transformasi eksponensial, Volatilitas.

Keywords:

ARWM, exponential transformation, GARCH-X, Student-t, volatility.



This is an open access article under the [CC BY-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) license.

Copyright © 2023 by Author. Published by Universitas Pendidikan Ganesha.

ABSTRAK

Model Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (GARCH) dengan mempertimbangkan efek dari variabel eksogen pada proses volatilitas, dinamakan GARCH-X(1,1), telah sukses memperbaiki pencocokan dan prediksi volatilitas dari model GARCH. Variabel eksogen yang sering digunakan adalah ukuran Realized Volatility (RV). Untuk mereduksi kemencengan dari RV sehingga mampu memperbaiki pencocokan model, studi ini mengaplikasikan transformasi eksponensial pada variabel eksogen dalam model GARCH-X(1,1). Tujuan tersebut dicapai melalui studi empiris berdasarkan pada data returns dan RV 10 menit (sebagai variabel eksogen) dari indeks harga saham FTSE100 dan SP500 periode harian dari Januari 2000 sampai Desember 2021 yang diambil dari Oxford-man Institute's "Realized Library". Analisis didasarkan pada hasil estimasi model dengan error dari returns berdistribusi Normal dan Student-t menggunakan Metode Adaptive Random Walk Metropolis diimplementasikan dalam algoritma Markov Chain Monte Carlo. Interval High Posterior Density pada tingkat kepercayaan 99% mengindikasikan signifikansi dari transformasi eksponensial untuk variabel eksogen pada kedua kasus asumsi distribusi untuk error dari returns. Terlebih lagi, nilai Akaike Information Criterion (AIC) mengindikasikan bahwa model yang diusulkan menggungguli model dasar GARCH-X(1,1), dimana model pencocokan terbaik diberikan oleh model berdistribusi Student-t.

ABSTRACT

The Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (GARCH) model by considering the effect of exogenous variables on the volatility process, called GARCH-X, has successfully improved the volatility fitting and forecasting of the GARCH model. The most commonly used exogenous variables are Realized Volatility (RV). To reduce the skewness in RV measure so as to improve the model fitting, this study applies the exponential transformation to the exogenous variables in the GARCH-X(1,1) model. This goal is achieved through an empirical study based on returns and RV 10-minutes (as an exogenous variable) datasets from the FTSE100 and SP500 stock price indices during the daily period from January 2000 to December 2021 taken from the Oxford-Man Institute's "Realized Library". The analysis is based on the Markov Chain Monte Carlo Adaptive Random Walk Metropolis estimation results of the model assuming Normal and Student-t distributions for the return errors. The High Posterior Density interval at the 95% level indicates the significance of the exponential transformation for the exogenous variable in both cases assuming a distribution for the returns error. Moreover, the Akaike Information Criterion (AIC) value indicates that the proposed model outperforms the basic GARCH-X(1,1) model, where the best fit model is given by the Student-t distributed model.

1. PENDAHULUAN

Salah satu indikator risiko yang penting untuk pelaku dan pengamat pasar adalah volatilitas (*volatility*), yang menyatakan simpangan baku atau standar deviasi untuk returns aset keuangan (seperti saham dan kurs mata uang) dalam periode waktu tertentu. Volatilitas keuangan biasanya heteroskedastis atau berubah terhadap waktu. Sehingga semakin tinggi volatilitas, maka semakin tinggi ketidakpastian dari returns aset keuangan (Sutrisno, 2020; Virginia, Ginting, & Elfaki, 2018). GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) adalah model volatilitas yang sering digunakan untuk pemodelan dan peramalan volatilitas dari aset keuangan (Gulay & Emec, 2019; Nugroho, Susanto, & Rosely, 2018). Model tersebut mempertimbangkan pengaruh komponen eksogen pada variansi bersyarat dan mampu menangani tambahan informasi tidak terhitung dari faktor lain sehingga tidak memberikan bias pada perkiraan variansi model GARCH (Han, 2015; Yeasin et al., 2020). Komponen eksogen yang dikenakan pada model GARCH-X adalah data frekuensi tinggi seperti ukuran-ukuran *Realized Volatility* (RV). Beberapa perluasan dari model GARCH-X telah dibangun untuk menangkap perubahan volatilitas karena faktor-faktor yang ada dalam runtun waktu. Hal tersebut diperlukan karena tidak ada jawaban pasti mengenai tipe model mana yang memberikan pencocokan atau peramalan volatilitas terbaik untuk

*Corresponding author.

E-mail addresses: didit66@gmail.com (Didit B. Nugroho)

semua jenis data runtun waktu keuangan. Dalam konteks komponen eksogen, sebagai contoh, (Ceylan, 2014; Zhang & Lan, 2014) berturut-turut mengembangkan model GARCH-X dengan mendekomposisikan variabel eksogen menjadi komponen kontinu dan lompatan (*jump*) dan secara empiris menunjukkan bahwa model tersebut memperbaiki pencocokan model dan peramalan volatilitas. Alternatif lain yaitu menggunakan transformasi tak linear seperti logaritma natural dan Box-Cox yang sering digunakan dalam aplikasi empiris untuk memperbaiki sifat dari RV, sebagai contoh lihat (Nugroho & Morimoto, 2015, 2016) dalam konteks model volatilitas stokastik.

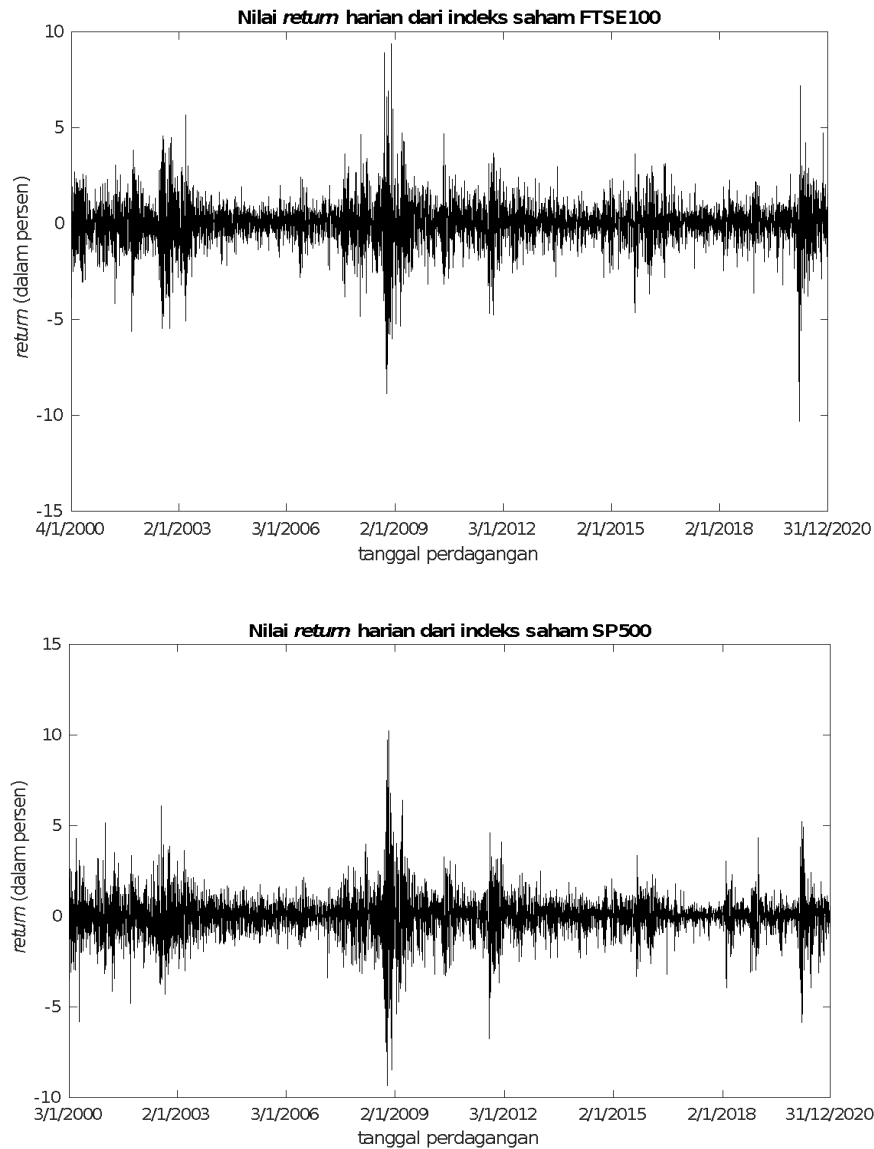
Suatu alternatif untuk transformasi Box-Cox yaitu transformasi eksponensial satu parameter dari Manly yang juga memiliki banyak sifat-sifat yang bagus dari transformasi Box-Cox. Sayangnya, saat ini transformasi tersebut kurang sering digunakan dalam praktik, apalagi dalam konteks ukuran RV. Dibandingkan dengan transformasi Box-Cox yang tidak selalu memadai (Nugroho, Mahatma, & Pratomo, 2021a; Perry, 2018), nilai parameter dari transformasi eksponensial mempunyai beberapa interpretasi yang menarik. Oleh karena itu, studi ini melakukan pendekatan alternatif untuk mengembangkan model GARCH-X dengan cara mentransformasikan variabel eksogen menggunakan transformasi eksponensial. Berdasarkan pengetahuan penulis, belum ada studi yang mempelajari model tersebut. Lebih lanjut, karena kebanyakan studi empiris menemukan bahwa distribusi dari *return* runtun waktu keuangan memiliki sifat ekor berat (*heavy tails*) maka studi ini mengasumsikan bahwa *error* dari *return* berdistribusi Normal (sebagai kerangka dasar) dan Student-*t*. Jadi studi ini berkontribusi pada generalisasi model GARCH-X yang menyediakan pencocokan data lebih baik daripada model GARCH-X. Model-model yang dipelajari dalam studi ini di estimasi menggunakan metode ARWM (*Adaptive Random Walk Metropolis*) yang diimplementasikan pada program Matlab. Data indeks saham FTSE 100 (Financial Times Stock Exchange 100) dan SP500 (Standard and Poor's 500) atas periode harian dari Januari 2000 sampai Desember 2021 digunakan sebagai contoh empiris dari aplikasi model dan metode estimasi.

2. METODE

This Studi ini menggunakan metode deskriptif analisis dengan pendekatan kuantitatif. Variabel yang diteliti yaitu volatilitas indeks saham FTSE100 dan SP500. Data yang digunakan dalam studi ini yaitu data sekunder yang dikoleksi menggunakan teknik dokumentasi berupa nilai-nilai indeks dan ukuran RV yang diperoleh dari Oxford-Man Institute's "Realized Library" di laman <https://realized.oxford-man.ox.ac.uk/data/download>. Populasi dalam studi ini yaitu nilai harian dari *returns* dan RV 10 menit untuk indeks saham FTSE100 dan S&P500 dengan sampelnya mengambil periode Januari 2000 sampai Desember 2021 selama hari perdagangan. Pengambilan sampel dilakukan menurut metode *purposive sampling*. Kedua indeks saham dipilih sebagai sampel studi berdasarkan pada kriteria berikut: pertama, indeks saham FTSE100 dan indeks SP500 berturut-turut merupakan indeks saham dari negara Inggris dan Amerika yang termasuk dalam 10 negara teratas di dunia berdasarkan nilai GDP (*Gross Domestic Product*) dan menjadi 10 indeks utama, menurut (Chaudhary, Bakhshi, & Gupta, 2020; Rahman, Gani, & Achmad, 2020). Ekonomi dari 10 negara tersebut menyumbang 66% GDP dunia sehingga ekonomi dari negara-negara tersebut dapat dijadikan sebagai representasi untuk mewakili ekonomi dunia secara keseluruhan, kedua, keduanya merupakan indeks dari perusahaan terbesar di negaranya masing-masing yang berbasis pada pendapatan dan profitabilitas (Hohler & Lansink, 2021; Mishra, Agrawal, & Patwa, 2022). Banyaknya data pengamatan dari indeks saham FTSE100 dan SP500 berturut-turut adalah 5290 dan 5258. Deskripsi statistik *returns* terjadi pada Tabel 1 dan Gambar 1. Nilai rata-rata dari *returns* untuk kedua indeks saham adalah mendekati 0, sedangkan nilai variansinya mendekati 1. Karena itu, model dari persamaan *returns* dapat diasumsikan mempunyai rata-rata sama dengan 0. Selanjutnya, nilai kurtosis dari *returns* untuk kedua indeks saham adalah lebih dari 3, ini berarti bahwa distribusinya memiliki ekor yang lebih tebal dibandingkan dengan distribusi Normal pada kedua sisi distribusi. Karena itu, studi ini mengambil asumsi alternatif untuk distribusi *error* dari *returns* selain distribusi Normal, yaitu distribusi Student-*t*.

Tabel 1. Deskripsi Statistik untuk *Returns*

Deskripsi Data	FTSE100	SP500
Rata-rata	-0,0060	0,0065
Standar Deviasi	1,17	1,13
Maximum	9,39	10,22
Minimum	-10,30	-9,35
Kurtosis	10,22	11,32
Kemencengan	4,34	3,27



Gambar 1. Plot *returns* Harian dari Indeks Saham FTSE100 dan SP500

Pada Gambar 1 menampilkan plot dari nilai-nilai *returns* untuk indeks saham FTSE100 dan SP500. Dari kedua plot tersebut, ini dapat disimpulkan bahwa nilai *returns* dari kedua indeks saham adalah stationer. Karena stationeritas merupakan syarat untuk model volatilitas bersyarat, maka data indeks saham FTSE100 dan SP500 dapat diaplikasikan pada model GARCHX(1,1). Hipotesis dalam studi ini yaitu bahwa model yang diusulkan (GARCH-X yang mana variabel eksogen ditransformasi pangkat) lebih baik daripada model dasar (GARCH-X) dalam hal pencocokan data. Pengujian hipotesis tersebut dilakukan menggunakan suatu pendekatan kuantitatif menggunakan metode studi kasus. Analisis dilakukan menggunakan model volatilitas GARCH-X(1,1), transformasi eksponensial, serta distribusi Normal dan Student-*t* untuk *error* dari *return*. Model GARCH-X pertama kali diperkenalkan oleh (R. Engle, 2002; R. F. Engle & Patton, 2001) dengan menambahkan komponen eksogen RV ke persamaan variansi bersyarat di model GARCH. Model GARCH-X(1,1) sudah dipelajari oleh (Wijaya, 2021) dan telah ditunjukkan menyediakan pencocokan yang lebih baik daripada model dasar GARCH(1,1). Model GARCH-X(1,1) dinyatakan dalam persamaan berikut:

$$R_t = \sigma_t \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0,1)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha R_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 + \gamma X_{t-1}$$

Dengan syarat parameter:

- syarat positivitas : $\omega > 0, 0 \leq \alpha, \beta < 1, \gamma > 0.$
- syarat stasioner : $0 \leq \alpha + \beta < 1$

Dalam model di atas, X_t menyatakan variabel eksogen pada saat t dan R_t menyatakan *return* pada saat t

yang dirumuskan oleh

$$R_t = \ln \left(\frac{S_t}{S_{t-1}} \right)$$

yang mana S_t menyatakan harga aset keuangan pada saat t . Sementara itu, σ_t dan σ_t^2 berturut-turut menyatakan volatilitas dan variansi bersyarat. (Ariani & Ujianti, 2021) RV merupakan ukuran non-parametrik sebagai representasi untuk variansi dari data frekuensi tinggi (per detik, menit, jam, dan lain-lain) (Nugroho & Morimoto, 2014). Dari berbagai jenis ukuran RV, RV 10 menit merupakan suatu estimator RV yang sederhana tetapi bagus, karena mampu menjelaskan hubungan antara volatilitas dan returns dari indeks saham FTSE100 dan S&P500 (Floros, Gkillas, Konstantatos, & Tsagkanos, 2020; Gkillas, Gupta, & Pierdzioch, 2020). Dalam satu hari perdagangan, RV 10 menit dihitung menggunakan rumus berikut:

$$RV_{10} = \sqrt{\sum_{i=1}^N R_{i,10}^2}$$

yang mana $\{R_{i,10}\}_{i=1}^N$ adalah runtun *return* dengan interval 10 menit.

Transformasi eksponensial mempunyai bentuk seperti berikut (Perry, 2018):

$$f(x, \lambda) = \begin{cases} \frac{e^{\lambda x} - 1}{\lambda}, & \lambda \neq 0 \\ x, & \lambda = 0 \end{cases}$$

Ketika $\lambda = 0$, fungsi akan tereduksi ke fungsi standar. Selanjutnya, model GARCH-X(1,1), yang mana variabel eksogen ditransformasi pangkat dinyatakan dalam persamaan berikut:

$$\begin{aligned} R_t &= \sigma_t \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0,1) \\ \sigma_t^2 &= \omega + \alpha R_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 + \gamma f(X_{t-1}, \lambda) \end{aligned}$$

Dalam analisis statistik, distribusi Normal sering digunakan sebagai distribusi yang diikuti oleh kebanyakan model statistik. Distribusi Normal dikenal juga sebagai distribusi Gauss, yang merupakan salah satu distribusi probabilitas yang memiliki variabel acak kontinu yang mana grafik distribusinya berbentuk lonceng simetris. Distribusi Normal memiliki parameter rata-rata μ dan variansi σ^2 yang dinyatakan dalam persamaan berikut (Sumair dkk.,2021):

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{x-\mu}{\sigma}\right]^2}$$

Fungsi *log-likelihood* dari model yang memiliki ε_t berdistribusi Normal dengan mean 0 dan variansi σ_t^2 dinyatakan sebagai berikut:

$$\mathcal{L}_t(\omega, \beta, \gamma, \lambda) = -\frac{1}{2} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \ln(\sigma_t^2) - \frac{R_t^2}{2\sigma_t^2},$$

yang mana $\omega, \beta, \gamma, \lambda$ merupakan parameter-parameter model. Model GARCH-X dengan *error* dari *return* mengikuti distribusi Normal secara sederhana dinamakan model GARCH-X. Sementara itu, distribusi Student-*t* merupakan suatu distribusi yang memiliki ekor yang lebih tebal daripada distribusi Normal pada kedua sisi distribusi. Distribusi Student-*t* mempunyai kurva yang lebih runcing dari distribusi Normal dan merupakan distribusi yang leptokurtik. Biasanya nilai koefisien kurtosis dari distribusi yang leptokurtik adalah lebih besar dari 3 (Kallner, 2018; McAlevey & Stent, 2018). Persamaan distribusi Student-*t* untuk variabel acak X dinyatakan sebagai berikut (Li & Nadarajah, 2020):

$$f(x|v) = \frac{\Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)\sqrt{\pi v}} \left(1 + \frac{x^2}{v}\right)^{-\frac{v+1}{2}},$$

yang mana v menotasikan derajat kebebasan dan Γ menotasikan fungsi gamma.

Fungsi *log-likelihood* untuk model yang memiliki ε_t berdistribusi Student-*t* dengan mean 0, variansi σ_t^2 , dan derajat kebebasan $v > 2$ dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_t(\omega, \beta, \gamma, \lambda) &= \ln \Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right) - \ln \Gamma\left(\frac{v}{2}\right) - \ln \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2} \ln(\sigma_t^2(v-2)) \\ &\quad - \frac{v+1}{2} \ln\left(1 + \frac{R_t^2}{\sigma_t^2(v-2)}\right). \end{aligned}$$

Selanjutnya, model GARCH-X dengan *error* dari *return* berdistribusi Student-*t* dinamakan model GARCH-*t*-X. Salah satu algoritma yang populer digunakan untuk mengestimasi model bertipe GARCH yaitu algoritma *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC). Algoritma tersebut terdiri dari dua tahap, yaitu membangkitkan rantai Markov dan menerapkan metode Monte Carlo untuk menghitung nilai-nilai statistik dari rantai Markov. Secara khusus, studi ini mengaplikasikan metode *Adaptive Random Walk*

Metropolis (ARWM) untuk membangkitkan rantai Markov dari setiap parameter model. Langkah-langkah dari metode ARWM dapat dilihat di (Nugroho, Mahatma, & Pratomo, 2021b). Metode ARWM dalam skema MCMC diimplementasikan dalam piranti lunak Matlab dengan membuat kode pemrograman sendiri. Estimasi parameter dilakukan menggunakan nilai-nilai awal untuk parameter sebagai berikut:

$$\omega^{(0)} = 0,01, \alpha^{(0)} = 0,2, \beta^{(0)} = 0,7, \gamma^{(0)} = 0,1, \lambda_{1,2}^{(0)} = 0,5, v^{(0)} = 10.$$

Sementara itu, metode ARWM mengambil lebar langkah awal $\Delta^{(0)} = 0,005$. Karena algoritma MCMC menggunakan pendekatan Bayesian, distribusi prior untuk parameter-parameter $\omega, \alpha, \beta, \gamma, \lambda$ adalah Normal terpotong dengan nilai rata-rata 0 dan variansi 1000 dan untuk parameter v adalah eksponensial dengan parameter $\lambda = 0,01$ (Nugroho, 2018). Dalam algoritma MCMC, panjang rantai Markov yang digunakan untuk analisis adalah sebanyak 5000 dari 6000 iterasi (dipotong 1000 iterasi awal sebagai periode *burn-in*) untuk mengurangi ketidakstasioneran nilai-nilai estimasi awal. Setelah pembangkitan rantai Markov dari setiap parameter model menggunakan metode ARWM, selanjutnya dihitung nilai-nilai statistik dari rantai Markov menggunakan metode Monte Carlo, seperti rata-rata estimasi dan 95% interval *Highest Posterior Density* (HPD), untuk algoritmanya (Nugroho et al., 2021b). Dalam pemilihan model yang memberikan pencocokan terbaik terhadap data riil, studi ini menggunakan *Akaike Information Criterion* (AIC). AIC mempunyai nilai statistik yang dinyatakan sebagai berikut (Cavanaugh & Neath, 2019):

$$AIC = 2(k - \mathcal{L}),$$

Dimana k menyatakan banyaknya parameter pada model yang diestimasi dan \mathcal{L} menyatakan nilai maksimum dari *log-likelihood* model. Kriterianya yaitu bahwa model yang mempunyai nilai AIC terkecil memberikan pencocokan terbaik. Tahapan penelitian dilakukan mulai dari pengumpulan data, deskripsi data, estimasi model dan analisis parameter serta pemilihan model. Temuan studi ini dapat memberikan implikasi teoritis maupun praktis.

3. HASIL DAN BAHASAN

Hasil

Hasil estimasi dan selisih relatif dari parameter-parameter model GARCH-X(1,1) dan GARCHt-X(1,1) dengan variabel eksogen ditransformasi eksponensial disajikan pada Tabel 2. Hasil estimasi parameter dari model dasar GARCH-X(1,1) tidak disediakan di sini karena keterbatasan tempat. Untuk data indeks saham FTSE100, pada kedua kasus distribusi Normal dan Student-t, nilai-nilai estimasi parameter ω, α, β , dan v mempunyai selisih relatif kurang dari 50%, sedangkan untuk parameter γ mempunyai selisih relatif lebih dari 50%. Untuk data indeks saham SP500, pada kedua kasus distribusi, transformasi eksponensial untuk data RV memberikan selisih relatif kurang dari 50% untuk estimasi parameter β dan v dan lebih besar dari 50% untuk estimasi parameter lainnya.

Tabel 2. Hasil Estimasi dan Selisih Relatif

Data	Parameter	Estimasi		Selisih relatif terhadap model dasar	
		X ditransformasi eksponensial		Normal	Student-t
FTSE100	ω	0,0011	0,0013	8,33%	0,78%
	α	0,0865	0,0832	26,07%	24,93%
	β	0,7309	0,7360	9,22%	10,32%
	γ	0,1436	0,1438	58,32%	78,78%
	λ	0,5595	0,5434		
	v		11,30		8,58%
SP500	ω	0,0009	0,0010	80,00%	63,93%
	α	0,0125	0,0112	89,49%	90,54%
	β	0,5891	0,5892	25,12%	29,13%
	γ	0,2398	0,2362	124,53%	275,66%
	λ	0,9545	0,9909		
	v		8,28		17,96%

95% interval HPD untuk parameter transformasi eksponensial dan nilai-nilai AIC dari model-model berdistribusi Normal dan Student-t disajikan pada Tabel 3. Hasil menunjukkan bahwa 95% interval HPD untuk parameter transformasi λ tidak memuat nilai 0 pada semua kasus distribusi dan data

pengamatan. Bahkan batas bawah dari 99% interval HPD dari parameter λ adalah lebih besar dari 1 (tidak ditunjukkan di sini). Selanjutnya, kebaikan pencocokan model diukur berdasarkan perbandingan nilai AIC dari model-model yang bersaing. Pada kedua kasus distribusi dan data pengamatan, nilai-nilai AIC dari model GARCH-X(1,1) dengan variabel eksogen ditransformasi eksponensial adalah lebih kecil daripada model dasar. Secara khusus, model dengan distribusi Student- t mempunyai nilai AIC yang lebih daripada model berdistribusi Normal pada semua kasus data dan tipe model.

Table 3. Interval HPD pada tingkat 95% untuk Transformasi Pangkat dan Nilai AIC

Data	Model	Interval HPD dari λ		AIC	
		Normal	Student- t	Normal	Student- t
FTSE100	Dasar			14341,04	14262,35
	Transf. eksp.	(0,4745, 0,6610)	(0,4436, 0,6533)	14291,91	14228,20
SP500	Dasar			13446,32	13260,98
	Transf. eksp.	(0,8673, 1,0413)	(0,8963, 1,0856)	13254,73	13124,00

Pembahasan

Berdasarkan selisih relatif dari nilai estimasi yang diperoleh pada bagian sebelumnya dan mengambil batasan pengaruh sebesar 50%, ini dapat diketahui bahwa transformasi eksponensial memberikan hasil yang berbeda pada kedua data pengamatan. Dalam hal ini, parameter ω (nilai variansi yang diharapkan ketika *return error* dan variansi masa lalunya bernilai nol) dan α (kecepatan model bereaksi terhadap kejadian-kejadian pasar) tidak berefek ketika transformasi diaplikasikan untuk data FTSE100 tetapi akan berefek ketika transformasi diaplikasikan untuk data SP500. Sementara itu, hasil yang sama pada kedua data pengamatan yaitu bahwa transformasi akan berdampak pada parameter γ (faktor eksogen), tetapi tidak memberikan dampak pada parameter β (menentukan derajat persistensi atau kecepatan penurunan volatilitas) dan ν (derajat kebebasan atau penentu ketebalan ekor).

Selanjutnya, pemilihan model didasarkan pada hasil signifikansi parameter transformasi dan juga kebaikan pencocokan model pada data pengamatan. Pada semua kasus data dan distribusi dari *return error*, interval HPD mengindikasikan bahwa parameter transformasi eksponensial adalah signifikan sampai pada tingkat 99%. Ini berarti bahwa transformasi eksponensial perlu diaplikasikan untuk variabel eksogen. Hasil ini didukung oleh nilai-nilai AIC yang mengindikasikan bahwa model GARCH-X(1,1) dengan variabel eksogen ditransformasi eksponensial menyediakan pencocokan yang lebih baik daripada model tidak ditransformasi. Secara khusus, model dengan distribusi Student- t mengungguli distribusi Normal seperti yang banyak ditemukan dalam literatur. Hasil-hasil di atas memberikan kontribusi terhadap pemodelan volatilitas dalam hal generalisasi model GARCH-X melalui transformasi eksponensial. Model usulan ini telah menyediakan perbaikan pencocokan model meskipun terbatas pada data pengamatan dan jenis transformasi yang digunakan. Karena itu hasil studi ini bisa diuji pada data *returns* maupun RV yang lain dalam hal pencocokan data maupun prediksi volatilitas serta membandingkannya dengan jenis transformasi pangkat lainnya (seperti modulus maupun Yeo-Johnson).

4. SIMPULAN

Studi ini telah mengaplikasikan transformasi eksponensial pada variabel eksogen dari model GARCH-X(1,1). Model diasumsikan mengikuti distribusi Normal dan Student- t dan parameter-parameter dari model diestimasi menggunakan metode ARWM dalam skema MCMC. Berdasarkan pada aplikasi empiris menggunakan data indeks saham FTSE100 dan SP500 untuk periode harian dari Januari 2000 sampai Desember 2020, studi memperoleh kesimpulan seperti berikut ini. Berdasarkan acuan selisih relatif nilai rata-rata estimasi, ini dapat disimpulkan bahwa transformasi eksponensial tidak memiliki pengaruh terhadap parameter penentu persistensi volatilitas dan juga derajat kebebasan dari distribusi Student- t , tetapi berpotensi memiliki pengaruh yang signifikan terhadap parameter di persamaan variansi bersyarat. Selanjutnya, interval HPD dan nilai AIC menyediakan bukti bahwa model yang diusulkan, yaitu GARCH-X(1,1) dengan variabel eksogen ditransformasi eksponensial, adalah superior dibandingkan model dasar. Hasil ini merekomendasikan kepada akademisi keuangan dan praktisi pasar untuk menggunakan model usulan tersebut ketika bekerja pada pemodelan volatilitas. Untuk studi berikutnya yang masih terbuka bagi peneliti yaitu transformasi dapat diaplikasikan secara simultan pada data *return* dan variabel eksogen, serta membandingkannya dengan transformasi pangkat yang lain.

5. UCAPAN TERIMAKASIH

Studi ini merupakan bagian dari penelitian yang didanai untuk tahun anggaran 2022 oleh: (1) Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi, Republik Indonesia dalam skema Penelitian Dasar Kompetitif Nasional (Nomor Kontrak 158/E5/PG.02.00.PT/2022, 001/LL6/PB/AK.04/2022), dan (2) Universitas Kristen Satya Wacana (Nomor Kontrak 171/SPK-PDKN/PR V/5/2022).

6. DAFTAR PUSTAKA

- Ariani, N. K., & Ujianti, P. R. (2021). Media Video Animasi untuk Meningkatkan Listening Skill Anak Usia Dini. *Jurnal Pendidikan Anak Usia Dini Undiksha*, 9(1), 43. <https://doi.org/10.23887/paud.v9i1.35690>.
- Cavanaugh, J. E., & Neath, A. A. (2019). The Akaike information criterion: Background, derivation, properties, application, interpretation, and refinements. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics*, 11(3), 1–11. <https://doi.org/10.1002/wics.1460>.
- Ceylan, O. (2014). Time-varying volatility asymmetry: A conditioned HAR-RV(C) EGARCH-M model. *Journal of Risk*, 17(2), 21–49. <https://doi.org/10.21314/JOR.2014.295>.
- Chaudhary, R., Bakhshi, P., & Gupta, H. (2020). Volatility in International Stock Markets: An Empirical Study during COVID-19. *Journal of Risk and Financial Management*, 13(9), 208. <https://doi.org/10.3390/jrfm13090208>.
- Engle, R. (2002). New Frontiers for ARCH Models. *Journal of Applied Econometrics*, 17(5), 425–446. <https://doi.org/10.1002/jae.683>.
- Engle, R. F., & Patton, A. J. (2001). What good is a volatility model? *Quantitative Finance*, 1(2), 237–245. <https://doi.org/https://doi.org/10.1088/1469-7688/1/2/305>.
- Floros, C., Gkillas, K., Konstantatos, C., & Tsagkanos, A. (2020). Realized measures to explain volatility changes over time. *Journal of Risk and Financial Management*, 13(6), 125.
- Gkillas, K., Gupta, R., & Pierdzioch, C. (2020). Forecasting realized gold volatility: Is there a role of geopolitical risks? *Finance Research Letters*, 35, 1–6. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2019.08.028>.
- Gulay, E., & Emec, H. (2019). The stock returns volatility based on the GARCH (1,1) model: The superiority of the truncated standard normal distribution in forecasting volatility. *Iranian Economic Review*, 23(1), 87–108. <https://doi.org/10.22059/IER.2018.69100>.
- Han, H. (2015). Asymptotic properties of GARCH-X processes. *Journal of Financial Econometrics*, 13(1), 188–221. <https://doi.org/10.1093/jjfinec/nbt023>.
- Hohler, J., & Lansink, A. O. (2021). Measuring the impact of COVID-19 on stock prices and profits in the food supply chain. *Agribusiness (New York, N.Y.)*, 37(1), 171–186. <https://doi.org/10.1002/AGR.21678>.
- Kallner, A. (2018). Formulas. In A. Kallner (Ed.), *Laboratory Statistics* (Second, pp. 1–140). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-814348-3.00001-0>.
- Li, R., & Nadarajah, S. (2020). A review of Student's t distribution and its generalizations. *Empirical Economics*, 58(3), 1461–1490. <https://doi.org/10.1007/s00181-018-1570-0>.
- McAlevey, L. G., & Stent, A. F. (2018). Kurtosis: a forgotten moment. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(1), 120–130. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2017.1357848>.
- Mishra, A. K., Agrawal, S., & Patwa, J. A. (2022). Return and volatility spillover between India and leading Asian and global equity markets: An empirical analysis. *Journal of Economics, Finance and Administrative Science, ahead-of-p*(ahead-of-print). <https://doi.org/10.1108/JEFAS-06-2021-0082>.
- Nugroho, D. B. (2018). Comparative Analysis of Three MCMC Methods for Estimating GARCH Models. In *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* (Vol. 403, p. 012061). IOP Publishing. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/403/1/012061>.
- Nugroho, D. B., Mahatma, T., & Pratomo, Y. (2021a). Applying the non-linear transformation families to the lagged-variance of EGARCH and GJR models. *IAENG International Journal of Applied Mathematics*, 51(4), 908–919.
- Nugroho, D. B., Mahatma, T., & Pratomo, Y. (2021b). GARCH Models under Power Transformed Returns: Empirical Evidence from International Stock Indices. *Austrian Journal of Statistics*, 50(4), 1–18. <https://doi.org/10.17713/ajs.v50i4.1075>.
- Nugroho, D. B., & Morimoto, T. (2014). Realized non-linear stochastic volatility models with asymmetric effects and generalized student's t-distribution. *Journal of The Japan Statistical Society*, 44(1), 83–118. <https://doi.org/10.14490/jjss.44.83>.
- Nugroho, D. B., & Morimoto, T. (2015). Estimation of realized stochastic volatility models using

- Hamiltonian Monte Carlo-Based methods. *Computational Statistics*, 30(2), 491–516. <https://doi.org/10.1007/s00180-014-0546-6>.
- Nugroho, D. B., & Morimoto, T. (2016). Box–Cox Realized Asymmetric Stochastic Volatility Models with Generalized Student's t-Error Distributions. *Journal of Applied Statistics*, 43(10), 1906–1927. <https://doi.org/10.1080/02664763.2015.1125862>.
- Nugroho, D. B., Susanto, B., & Rosely, M. M. M. (2018). Penggunaan MS Excel untuk Estimasi Model GARCH(1,1). *Jurnal Matematika Integratif*, 14(2), 71–83. <https://doi.org/10.24198/jmi.v14.n2.17680.71-82>.
- Perry, M. B. (2018). Prediction Intervals for the Original Response when Using Manly's Exponential Transformations. *Quality Engineering*, 30(2), 195–211. <https://doi.org/10.1080/08982112.2017.1357827>.
- Rahman, I., Gani, R. A., & Achmad, I. Z. (2020). Persepsi Siswa Pada Pembelajaran Pendidikan Jasmani Olahraga Dan Kesehatan Tingkat Sma. *Jurnal Pendidikan Olahraga*, 9(2), 144–154. <https://doi.org/10.31571/jpo.v9i2.1898>.
- Sumair, M., Aized, T., Asad, S., Gardezi, R., Mahmood, M., Bhutta, A., ... Rehman, S. (2021). Application of five continuous distributions and evaluation of wind potential at five stations using normal distribution. *Energy Exploration & Exploitation*, 39(6), 2214–2239. <https://doi.org/10.1177/0144598720939373>.
- Sutrisno, B. (2020). The Determinants of Stock Price Volatility in Indonesia. *Economics and Accounting Journal*, 3(1), 73–79. <https://doi.org/10.32493/eaj.v3i1.y2020.p73-79>.
- Virginia, E., Ginting, J., & Elfaki, F. A. M. (2018). Application of GARCH model to forecast data and volatility of share price of energy (Study on Adaro Energy Tbk, LQ45). *International Journal of Energy Economics and Policy*, 8(3), 131–140.
- Wijaya, M. T. (2021). *Pemodelan GARCH berdasarkan ukuran realized kernel dan pengestimasian model menggunakan Solver GRG Non-Linear dan metode ARWM*. Universitas Kristen Satya Wacana.
- Yeasin, M., Singh, K. N., Lama, A., & Paul, R. K. (2020). Modelling volatility influenced by exogenous factors using an improved GARCH-X model. *Journal of the Indian Society of Agricultural Statistics*, 74(3), 209–216.
- Zhang, H., & Lan, Q. (2014). GARCH-type model with continuous and jump variation for stock volatility and its empirical study in China. *Mathematical Problems in Engineering*, 2014. <https://doi.org/10.1155/2014/386721>.