

## PENGEMBANGAN DESAIN PEMBELAJARAN BERBANTUAN PERTANYAAN *WHAT-IF* DALAM UPAYA MENINGKATKAN KEMAMPUAN SISWA MENANGANI PERMASALAHAN MATEMATIKA TERBUKA

I Putu Ade Andre Payadnya<sup>1\*</sup>, I Nengah Suparta<sup>2</sup>, & Gede Suweken<sup>3</sup>

Program Studi S2 Pendidikan Matematika, Universitas Pendidikan Ganesha,  
Singaraja<sup>1\*, 2, 3</sup>

Email : [ade\\_andre2805@yahoo.com](mailto:ade_andre2805@yahoo.com)

### Abstrak

Penelitian bertujuan untuk menghasilkan teori pembelajaran lokal pada materi luas daerah lingkaran. Penelitian menitikberatkan pada peningkatan kemampuan siswa menangani permasalahan matematika terbuka. Sebagai bantuan, dalam pembelajaran disertai pertanyaan *what-if* untuk mengembangkan pemikiran siswa. Penelitian ini menggunakan metode *design research* dengan tiga tahapan yang meliputi penelitian awal, implementasi dan analisis retrospektif. Aktivitas pembelajaran disusun berdasarkan prinsip-prinsip permasalahan matematika terbuka. Implementasi pembelajaran dilakukan di Kelas VIII SMP Negeri 1 Singaraja Tahun Pelajaran 2015/2016. Data terkait dengan aktivitas dan strategi yang digunakan siswa dalam menyelesaikan masalah yang diberikan selama pembelajaran berlangsung dikumpulkan melalui jawaban tertulis siswa di LKS, hasil *post-test*, wawancara dan observasi. Data yang terkumpul kemudian dianalisis secara deskriptif. Lintasan pembelajaran dari penelitian desain ini memiliki tahapan sebagai berikut: (1) menghitung luas daerah gambar danau menggunakan kertas berpetak, (2) menghitung luas daerah lingkaran menggunakan kertas berpetak, (3) menemukan nilai  $\pi$  dan rumus luas daerah lingkaran, (4) menyelesaikan berbagai permasalahan matematika terbuka. Temuan yang diperoleh peneliti adalah dimana siswa sempat kesulitan menemukan metode lain dan banyak variasi jawaban siswa yang tidak diprediksi sebelumnya. Siswa sudah mampu melakukan *reasoning* dengan baik meskipun masih ada yang kurang efektif. Pemahaman siswa pada permasalahan matematika terbuka meningkat. Peneliti mementingkan aspek keterhubungan dan realitas sajian dalam lintasan pembelajaran.

*Kata-kata Kunci: Luas Daerah Lingkaran, Permasalahan Matematika Terbuka, Pertanyaan What-If, Teori Pembelajaran Lokal*

### Abstract

The purpose of the study was to obtain a local instructional trajectory for the area of the circle materials. The focus of the study was on the improvement of students' ability on solving open-ended problems. As supports, the *what-if* type questions are used to developed student thinking ability. Design research was deliberately chosen as the method of the present study, with three following steps: (1) preliminary research, teaching implementation and retrospective analysis. The teaching implementation was carried out at Grade VIII SMP Negeri 1 Singaraja Academic Year 2015/2016. The data related to student' activities and strategies that students used to solve the given problems during learning processes were collected through students' written works in the worksheets, result of post-test, interviews, and observations. The gathered data were analysed descriptively. Learning trajectory of this research has four steps: (1) counting the area of lake pictures using grid paper, (2) counting the area of the circle using grid paper, (2) refinding  $\pi$  and the area of the circle formula, and (4) solving open-ended problems. From the research we found that in the beginning students are difficult to find another method when counting the area of the circle using grid paper. The other finding show that there are many variation in students' answer. The students was capable to do reasoning although there are the reasoning that not effective.

Students' understanding in open-ended problems was increased. Researcher put important point in connectivity and object reality in learning trajectory.

*Key words: Area of The Circle, Open-Ended Problems, What-if Questions, Design Research, Local Instructional Theory*

## 1. Pendahuluan

Pembelajaran matematika dewasa ini sudah mengalami berbagai perkembangan yang signifikan. Pengembangan yang dilakukan sangat erat kaitannya dengan kemampuan berpikir siswa. Paradigma pendidikan sekarang mengharuskan siswa membiasakan berpikir secara kritis dalam menyelesaikan suatu permasalahan. Karena alasan tersebut, dikembangkan suatu permasalahan yang berorientasi pada pengembangan kemampuan berpikir siswa yang disebut sebagai permasalahan matematika terbuka. Hal ini didukung oleh Cifarelli dan Cai (2005) yang menyatakan bahwa dalam menyelesaikan permasalahan matematika terbuka, ide baru dapat dikembangkan dan dieksplorasi tanpa paksaan dan akan mengembangkan kemampuan berpikir siswa.

Menurut Sudiarta (2005) yang mengutip dari Shimada, permasalahan terbuka (permasalahan matematika terbuka) adalah suatu permasalahan yang mempunyai banyak solusi dan banyak cara atau penyelesaian. Melalui permasalahan matematika terbuka, siswa diajarkan untuk berpikir secara berbeda dan tidak tunggal. Siswa dibiasakan untuk memandang suatu permasalahan secara luas dengan mengidentifikasi berbagai kemungkinan. Pembelajaran dengan pendekatan terbuka diawali dengan memberikan masalah terbuka kepada siswa. Kegiatan pembelajaran harus mengarah dan membawa siswa dalam menjawab masalah dengan banyak cara serta dengan banyak jawaban (yang benar), sehingga merangsang kemampuan intelektual dan pengalaman siswa dalam proses menemukan sesuatu yang baru.

Permasalahan matematika terbuka merupakan suatu bentuk permasalahan yang sejatinya sesuai diterapkan pada berbagai materi matematika, terutama materi yang memerlukan kemampuan

berpikir tingkat tinggi (*high order thinking*). Salah satu materi yang sesuai dengan permasalahan matematika terbuka adalah materi luas daerah lingkaran. Materi luas daerah lingkaran merupakan salah satu materi yang sangat penting dalam pelajaran matematika.

Dalam pengembangan konsep maupun permasalahan dari materi luas daerah lingkaran memerlukan kemampuan berpikir kritis maupun kreatif yang baik. Materi ini memungkinkan perkembangan ke berbagai permasalahan dan arah mulai dari yang bersifat umum sampai yang bersifat nyata berupa kasus yang biasanya disesuaikan dengan kondisi yang dihadapi manusia sehari-harinya. Karena hal tersebut, kemampuan berpikir yang baik sangat penting untuk memahami materi ini. Penggunaan permasalahan matematika terbuka dalam pembelajaran materi ini dapat merangsang daya berpikir. Hal ini menyebabkan siswa dapat memahami serta menjawab berbagai permasalahan yang bersifat rutin maupun non rutin terkait materi luas daerah lingkaran ini.

Penggunaan permasalahan matematika terbuka seperti dalam pembelajaran materi luas daerah lingkaran dapat meningkatkan kemampuan berpikir kritis maupun kreatif siswa. Hal ini merupakan suatu fakta yang telah didukung oleh banyak penelitian. Seperti penelitian oleh Sudiarta (2005) yang berjudul "Pengembangan Kompetensi Berpikir Divergen dan Kritis Melalui Pemecahan Masalah Matematika *Open-Ended*" yang hasilnya mendukung bahwa penggunaan permasalahan matematika terbuka dalam pembelajaran dapat mengembangkan kemampuan berpikir siswa. Namun, masih banyak terjadi permasalahan dalam penerapan permasalahan matematika terbuka pada pembelajaran matematika. Permasalahan yang terjadi adalah masih banyak siswa

yang tidak memiliki kemampuan yang cukup untuk dapat menangani permasalahan matematika terbuka sehingga penerapan permasalahan matematika terbuka menjadi tidak maksimal.

Penelitian yang dilakukan oleh Clarke, dkk (1992) menunjukkan bahwa pemahaman siswa terhadap permasalahan matematika terbuka masih kurang. Siswa kebanyakan kurang familiar dengan permasalahan matematika terbuka yang menyebabkan siswa kesulitan dalam menangani permasalahan matematika terbuka. Clarke juga mengungkapkan bahwa siswa cenderung kesulitan menemukan lebih dari satu cara maupun jawaban dalam merespon permasalahan matematika terbuka. Clarke menyimpulkan bahwa permasalahan ini harus dipelajari lebih lanjut dan dicarikan solusinya. Selain itu, permasalahan siswa dalam menyelesaikan permasalahan matematika terbuka juga dikemukakan oleh Sullivan, dkk (2000). Dalam penelitiannya, Sullivan menemukan bahwa kebanyakan siswa menganggap permasalahan matematika terbuka jauh lebih sulit dari permasalahan biasa dan siswa kesulitan dalam menanganinya. Siswa kebanyakan menggunakan *trial-error* dalam menyelesaikan permasalahan matematika terbuka dan kurang dapat memberikan *reasoning* yang sesuai. Penelitian yang dilakukan oleh Lowrie, dkk (2000) menunjukkan bahwa siswa terbiasa menjawab permasalahan rutin yang biasanya hanya mengarah pada satu cara dan solusi sehingga menyebabkan kemampuan siswa dalam menyelesaikan permasalahan matematika terbuka menjadi terbatas. Siswa sulit untuk mencerna dan menerima permasalahan matematika terbuka karena pola pikir awal yang dimiliki siswa terpaku pada permasalahan yang bersifat tunggal. Penelitian-penelitian tersebut merupakan beberapa penelitian yang menunjukkan bahwa kemampuan siswa dalam menangani permasalahan matematika terbuka masih kurang.

Dalam tes awal yang dilakukan, peneliti menemukan dua masalah pokok siswa dalam menyelesaikan permasalahan

matematika terbuka yang dalam hal ini terfokus pada materi lingkaran. Permasalahan tersebut adalah sebagai berikut.

1. Siswa kurang mampu untuk memahami soal secara menyeluruh. Kebanyakan siswa kesulitan untuk memahami apa yang dimaksudkan oleh soal.
2. Siswa kesulitan melakukan *reasoning* saat menjawab soal. Kebanyakan siswa hanya menjawab soal secara langsung tanpa menuliskan atau memperkuat jawabannya dengan alasan yang sesuai. Misalnya, saat memilih suatu ukuran tertentu, siswa tidak menyertai dengan alasan yang sesuai kenapa ukuran tersebut dapat dipilih sehingga siswa cenderung asal dalam memilih ukuran yang menyebabkan ukuran yang digunakan tidak relevan.

Permasalahan matematika terbuka merupakan suatu bentuk permasalahan yang dapat meningkatkan kemampuan berpikir kritis maupun kreatif siswa. Namun, kurangnya pemahaman serta kemampuan siswa dalam menangani permasalahan matematika terbuka menyebabkan penerapan permasalahan matematika terbuka dalam pembelajaran menjadi terkendala. Hal ini berimbas pada terkendalanya pengembangan kemampuan berpikir siswa.

Belum adanya desain pembelajaran yang sesuai untuk dapat mengembangkan kemampuan siswa dalam menangani permasalahan matematika terbuka merupakan penyebab kurangnya kemampuan siswa dalam menangani permasalahan matematika terbuka. Desain pembelajaran adalah pengembangan secara sistematis dari spesifikasi pembelajaran dengan menggunakan teori belajar dan pembelajaran untuk menjamin kualitas pembelajaran (Sujarwo, 2013). Pada Buku Paket Matematika Kelas VIII yang disusun oleh Departemen Pendidikan Nasional (2008) serta Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan (2013), peneliti menemukan bahwa desain pembelajaran luas daerah lingkaran selama ini kurang mendukung kemampuan siswa dalam menyelesaikan

permasalahan matematika terbuka. Dalam materi luas daerah lingkaran, siswa pertama kali melakukan kegiatan menemukan rumus luas daerah lingkaran dan kemudian menerapkannya dalam berbagai permasalahan terkait. Dalam hal ini, permasalahan yang disajikan hanya memungkinkan satu cara dan satu solusi sehingga kurang mengarah ke permasalahan matematika terbuka. Selain itu, berdasarkan wawancara yang dilakukan peneliti kepada salah seorang guru mata pelajaran matematika di SMP Negeri 1 Singaraja, guru membenarkan bahwa desain pembelajaran yang diterapkan selama ini khususnya dalam materi luas daerah lingkaran memang hanya menekankan pada permasalahan tertutup.

Karena hal tersebut, peneliti mengadakan penelitian yang bertujuan untuk menyusun desain pembelajaran yang akan menghasilkan teori intruksional dengan konsteks lokal (*local instructional theory*) yang dapat mendukung kemampuan siswa dalam menyelesaikan permasalahan matematika terbuka pada materi luas daerah lingkaran. Dalam penelitian ini, desain pembelajaran yang disusun didukung oleh pertanyaan *what-if*. Pertanyaan *what-if* merupakan serangkaian pertanyaan dalam pembelajaran yang dikembangkan dari strategi *What-if-Not*. Strategi pembelajaran *What-if-Not* dikemukakan pertama kali oleh Brown dan Walter. Song, dkk (2007) yang mengutip dari Brown dan Walter mengklasifikasikan tingkatan *problem posing* ke dalam dua tingkat, yaitu “menerima permasalahan” dan “menantang permasalahan”. Pada tingkat “menantang permasalahan”, pertanyaan baru dapat muncul dari permasalahan tersebut. Kemunculan ide baru dari permasalahan ini akan meningkatkan kemampuan siswa dalam menyelesaikan permasalahan matematika terbuka. Pertanyaan *what-if* akan membantu mengembangkan kemampuannya dalam menangani permasalahan matematika terbuka.

Berdasarkan pemaparan di atas serta fakta belum adanya desain

instruksional dengan konsteks lokal yang dapat memenuhi kebutuhan penyelenggaraan pembelajaran sesuai dengan yang dibutuhkan peserta didik, peneliti mengadakan penelitian pengembangan desain pembelajaran berbantuan pertanyaan *what-if* dalam upaya meningkatkan kemampuan siswa menangani permasalahan matematika terbuka pada materi luas daerah lingkaran.

## 2. Metode Penelitian.

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengembangkan dan memperoleh desain pembelajaran pada pokok bahasan luas daerah lingkaran berbantuan pertanyaan *what-if* untuk dapat meningkatkan kemampuan siswa menangani permasalahan matematika terbuka, dan mengetahui bagaimana rancangan tersebut akan bekerja di kelas. Oleh karenanya dipilihlah *design research* sebagai metode dalam penelitian ini. Tiga tahapan dalam *design research* diterapkan dalam penelitian ini, yang meliputi desain awal, implementasi lapangan dan analisis retrospektif (Bakker & van Eerde, 2015).

Pada tahapan desain awal, dirancang *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) yang akan menjadi acuan pembelajaran. HLT terdiri atas tiga komponen: tujuan pembelajaran yang akan menentukan arah dari kegiatan belajar, aktivitas pembelajaran dan hipotesis proses pembelajaran yang berisi prediksi bagaimana peserta didik berpikir apabila diberikan aktivitas pembelajaran yang dimaksudkan (Simon, 1995). HLT kemudian diuji validitas konten dan reliabilitasnya melalui proses pengujian ahli. Setelah dinyatakan valid dan reliabel, HLT ini kemudian diujicobakan ke kelas pada tahap implementasi lapangan.

Implementasi lapangan diadakan dalam tiga siklus. Siklus pertama dilakukan dengan melibatkan 5 orang peserta didik kelas VIII A6 SMP Negeri 1 Singaraja tahun pelajaran 2015/2016. Tujuan Siklus I ini adalah untuk mengetahui keterlaksanaan pembelajaran yang dirancang. Untuk itu dalam Siklus I ini peneliti bertindak langsung sebagai guru. Temuan dalam Siklus I digunakan untuk menyempurnakan desain yang

dibuat untuk kemudian diaplikasikan pada Siklus II. Siklus II diimplementasikan di VIII A8SMP Negeri 1 Singaraja dengan melibatkan seluruh peserta didik dan guru kelas yang mengajar di kelas tersebut. Temuan dalam siklus II digunakan untuk menyempurnakan desain yang dibuat untuk kemudian diaplikasikan pada siklus III. Pelaksanaan pembelajaran pada siklus III sama dengan siklus II hanya saja diterapkan pada kelas yang berbeda yaitu kelas VIII A7 SMP Negeri 1 Singaraja.

Data dikumpulkan melalui berbagai macam cara yang sesuai dengan prinsip triangulasi subjek dan teknik. Data dikumpulkan melalui observasi aktivitas siswa, analisis pekerjaan siswa, video rekaman pembelajaran, serta wawancara. Observasi dan wawancara yang digunakan adalah observasi tidak terstruktur dan wawancara terbuka.

Pada fase analisis retrospektif, data yang diperoleh dari penelitian ini dianalisis secara kualitatif. Untuk meningkatkan validitas dari penelitian ini, beberapa strategi dilakukan, yaitu: (1) menggunakan data triangulasi, (2) menguji kecocokan data antara HLT dan kegiatan pembelajaran yang sebenarnya terjadi dan (3) mencari kemungkinan adanya *counterexamples* selama tahap penilaian untuk menguji prediksi yang dibuat (Frambach, van den Vleuten & Durning, 2013).

Sementara itu untuk menjamin reliabilitas dalam analisis data cara yang ditempuh adalah sebagai berikut: (1) mendokumentasikan seluruh kegiatan pembelajaran, (2) menjelaskan bagaimana pembelajaran terlaksana dan (3) menjelaskan bagaimana penarikan simpulan dilakukan.

### 3. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Dalam penelitian ini dirancang pembelajaran yang tersusun atas 4 kali pertemuan tiap siklusnya. Penelitian dilangsungkan selama 3 siklus. Materi yang difokuskan pada penelitian ini adalah luas daerah lingkaran. Dalam pembelajaran luas daerah lingkaran disusun pembelajaran menggunakan pertanyaan *what-if* untuk mendukung

kemampuan siswa dalam menangani permasalahan matematika terbuka. Dalam pembahasan berikut akan dijelaskan mengenai aktivitas yang dilakukan serta beberapa temuan penting yang diperoleh selama pembelajaran.

#### Pembelajaran I: Menghitung luas daerah bangun datar tidak beraturan

Pada pembelajaran I ini difokuskan pada aktivitas siswa dalam menghitung luas daerah bangun datar tidak beraturan yang dalam hal ini gambar danau yang ada di Bali. Siswa menghitung luas daerah gambar danau yang disajikan menggunakan kertas berpetak dan menjawab beberapa pertanyaan *what-if* yang disajikan. Pembelajaran I ini bertujuan untuk meningkatkan pemahaman siswa mengenai konsep luas daerah bangun datar serta mengembangkan pemikiran kreatif siswa dengan meminta siswa untuk mencari metode yang berbeda-beda dalam menghitung luas daerah gambar danau.

Secara umum, dalam pembelajaran I ini kesulitan yang dialami siswa adalah pada saat siswa diminta mencari metode lain dalam menghitung luas daerah gambar danau menggunakan kertas berpetak. Siswa banyak yang tidak menyadari bahwa ada cara yang lebih efisien untuk menghitung luas daerah gambar danau menggunakan kertas berpetak selain menghitungnya secara manual. Namun, dengan bimbingan dari guru dan peneliti siswa mendapatkan petunjuk untuk menemukan metode lain.

#### Percakapan 1 : Metode Lain

- Guru : Bagaimana kelompok 1 apakah sudah selesai menghitung luas daerahnya?
- Siswa 1 : Sudah Bu. Sekarang kami sudah lanjut ke metode kedua.
- Guru : Oh, benarkah? Bagaimana metode kedua untuk menghitung luas daerah yang kalian temukan, coba jelaskan.
- Siswa 1 : Kami menggambar persegi panjang di luar

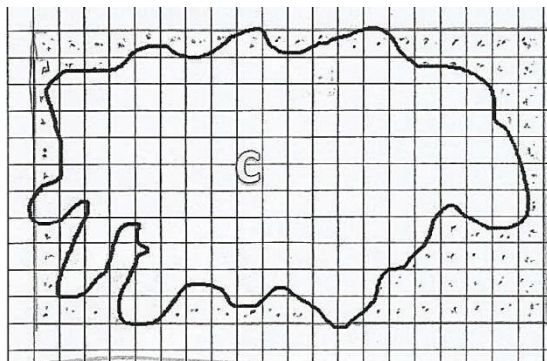
gambar danau Bu, kemudian kami cari luasnya dan kami kurangi dengan luas kotak yang ada di pinggiran gambar danau.

Guru : Tepat sekali, itu adalah salah satu cara yang dapat kalian gunakan untuk menghitung luas daerah dari gambar danau tersebut. Namun, sebenarnya masih ada cara lain lagi.

Kelompok 1 : Masih ada ya Bu?

Peneliti : Iya, coba kalian berdiskusi kira-kira cara apa lagi yang bisa kita gunakan.

Kelompok 1 : Iya Bu!



Gambar 1. Metode Lain yang Digunakan Siswa

Kegiatan lainnya dalam pembelajaran I adalah menggambar bangun datar baru yang memiliki luas daerah sama atau mendekati luas daerah salah satu gambar danau yang disajikan. Dalam kegiatan ini rata-rata siswa tidak mengalami kendala yang berarti. Hal ini mencirikan bahwa kemampuan berpikir kritis siswa sudah berkembang.

Kegiatan selanjutnya adalah menjawab pertanyaan *what-if*. Dalam hal ini siswa juga tidak mengalami kesulitan. Pertanyaan *what-if* pada pembelajaran I ini disajikan dengan tujuan agar siswa dapat mencari kemungkinan lain dari suatu permasalahan dimana pada pembelajaran I ini siswa diminta mencari solusi jika diandaikan bangun yang dicari

luas daerahnya adalah lingkaran. Pertanyaan *what-if* ini juga bertujuan untuk menuntun dan mempersiapkan siswa saat menghadapi pembelajaran II. Siswa awalnya agak kesulitan dalam menemukan metodenya, namun, dengan bimbingan peneliti dan guru siswa mampu menemukan bahwa cara yang efisien untuk menghitung luas daerah lingkaran menggunakan kertas berpetak adalah dengan menggambar persegi luar lingkaran terlebih dahulu dengan langkah yang hampir sama dengan kegiatan sebelumnya.



Gambar 2. Siswa Melakukan Kegiatan

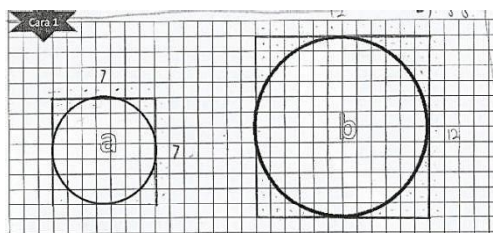
Secara umum tujuan pembelajaran dapat tercapai dalam pembelajaran I ini. Meskipun awalnya siswa mengalami kesulitan dan masih ada kekurangan dalam HLT maupun LKS, namun kekurangan itu dapat diperbaiki dari siklus ke siklus untuk dapat lebih baik dalam membimbing siswa.

### **Pembelajaran II: Menghitung Luas Daerah Lingkaran Menggunakan Kertas Berpetak**

Pada pembelajaran kedua ini, siswa diminta menghitung luas daerah lingkaran dengan menggunakan kertas berpetak. Siswa disajikan gambar lingkaran dan kemudian diminta memilih dua buah lingkaran untuk dihitung luas daerahnya.

Pada kegiatan pertama ini, siswa rata-rata sudah dapat melakukannya dengan baik. Siswa sudah mampu menghitung luas daerah lingkaran menggunakan kertas berpetak dan memilih metode yang efisien. Kebanyakan siswa menggunakan metode

dengan menggambar terlebih dahulu bangun persegi luar lingkaran yang sisi-sisinya berhimpit dengan keliling lingkaran. Langkah berikutnya adalah siswa menghitung kotak luas daerah persegi dengan rumus dan menghitung sisa kotak yang termuat dalam persegi namun tidak termuat dalam lingkaran (pojokan). Dalam menghitung sisa kotak ini, berbeda dengan pada gambar danau, pada lingkaran cukup dihitung kotak dalam satu pojokan yang kemudian dikalikan dengan 4. Hal ini dikarenakan banyak kotak dalam tiap pojokan sama. Langkah terakhir adalah dengan mengurangkan luas daerah persegi dengan luas total kotak sisa dan didapatkanlah luas daerah lingkaran yang dicari.



Gambar 3. Siswa Menerapkan Metode yang Efektif

Siswa juga dapat menemukan metode lain dalam menghitung luas daerah lingkaran menggunakan kertas berpetak. Misalnya dengan menggambar persegi di dalam lingkaran terlebih dahulu. Hal ini mencirikan sudah berkembangnya pemikiran kritis dan kreatif siswa.

Kegiatan berikutnya adalah menjawab pertanyaan *what-if*. Pertanyaan *what-if* kali ini bertujuan untuk mengembangkan pemikiran divergen dan kritis siswa. Siswa diminta mencari solusi bagaimana luas daerah suatu lingkaran terhadap lingkaran lainnya jika lingkaran tersebut memiliki jari-jari dua kali lipat lingkaran lainnya. Dalam menjawab pertanyaan ini siswa diharapkan mampu mengkaitkan pengalaman yang sudah diperoleh pada kegiatan pertama pada saat menghitung luas daerah dari 4 buah lingkaran yang disajikan dan membandingkannya. Pada kegiatan kedua ini, sempat terjadi permasalahan dimana

siswa sempat kebingungan dalam menjawab pertanyaan *what-if*. Hal ini juga dikarenakan kesalahan yang terjadi pada LKS, namun LKS sudah diperbaiki dari siklus ke siklus.

Kegiatan berikutnya adalah menggambar lingkaran baru dengan luas daerah 4 kali lipat luas daerah salah satu lingkaran pada kegiatan pertama. Dalam kegiatan ini siswa sudah dapat melakukannya dengan baik. Hal ini dikarenakan siswa sudah dituntun oleh pertanyaan *what-if*. Siswa sudah menyadari untuk menggambar lingkaran dengan luas daerah 4 kali lipat, siswa cukup menggambar lingkaran dengan jari-jari dua kali lipat lingkaran lainnya tanpa perlu menghitung lagi luas daerahnya.

### Pembelajaran III: Menemukan Kembali Nilai $\pi$ dan Rumus Luas Daerah Lingkaran

Pembelajaran III difokuskan pada aktivitas penemuan kembali nilai  $\pi$  dan rumus luas daerah lingkaran. Pada pembelajaran ini siswa diminta untuk menggambar dua buah lingkaran serta persegi luar lingkaran dan menghitung luas daerahnya. Langkah selanjutnya siswa diminta untuk membandingkan hasil luas daerah lingkaran dengan luas daerah persegi luar lingkaran untuk memperoleh nilai  $\pi$ .

Secara umum siswa sudah mampu melakukan kegiatan ini dengan baik. Siswa sudah mampu menemukan nilai yang mendekati nilai  $\pi$ . Namun, sempat terjadi kendala pada saat penemuan kembali rumus luas daerah lingkaran. Hal ini disebabkan oleh kurangnya penyajian pada LKS sehingga menyebabkan kebingungan pada siswa. Namun, LKS kemudian diperbaiki menjadi penemuan terbimbing sehingga siswa dapat diarahkan untuk menemukan rumus luas daerah lingkaran dengan baik. Berikut adalah contoh jawaban siswa.

✦ Lengkapi perhitungan berikut dengan melengkapi titik-titik dengan jawaban yang tepat!  
 Dalam gambar yang kamu buat, jika dimisalkan jari-jari lingkaran adalah  $r$ , panjang sisi dari persegi luar lingkaran selalu sama dengan = ...  
 Maka,

$$\frac{\text{Luas daerah lingkaran}}{\text{Luas daerah persegi luar lingkaran}} = \frac{\text{Luas daerah lingkaran}}{s \times s}$$

$$= \frac{\text{Luas daerah lingkaran}}{d \times d} = \frac{\text{Luas daerah lingkaran}}{2r \times 2r}$$

$$\frac{\text{Luas daerah lingkaran}}{4r^2} \times 4 = \pi$$

$$\frac{\text{Luas daerah lingkaran}}{r^2} = \pi$$

$$\text{Luas daerah lingkaran} = \pi r^2$$

Gambar 4. Penemuan Luas Daerah Lingkaran yang Dilakukan oleh Siswa

Kegiatan berikutnya adalah menghitung luas daerah lingkaran yang digambar sebelumnya dengan menggunakan rumus luas daerah lingkaran. Pada kegiatan ini siswa juga sudah dapat melakukannya dengan baik dan memperoleh hasil sama. Kegiatan ini sempat mengalami perubahan, awalnya siswa disajikan permasalahan baru yang berkaitan dengan luas daerah lingkaran. Namun, kegiatan ini memakan banyak waktu sehingga terjadi kekurangan waktu.

Dalam menjawab pertanyaan *what-if*, siswa sempat kebingungan dengan maksud dari pertanyaannya. Namun, peneliti dan guru memberikan bimbingan yang intens kepada siswa sehingga siswa dapat menjawab pertanyaan *what-if* dengan baik. Berikut adalah percakapan yang menggambarkan kebingungan siswa.

#### Percakapan 2 : Maksud pertanyaannya

- Siswa 1 : Ibu, saya kurang paham bagaimana menjawab pertanyaan *what-if* ini.
- Guru : Iya, jadi coba kamu bayangkan apa yang akan terjadi jika bangun yang kamu gambar adalah persegi di dalam lingkaran

atau bangun datar beraturan lain, atau bahkan tidak beraturan.

- Siswa 1 : Terus bagaimana Bu?
- Guru : Jadi apakah jika kondisinya berbeda, apakah bisa kita temukan kembali nilai  $\pi$  dan rumus luas daerah lingkaran?

Siswa 1 : Tidak Bu.

Guru : Kenapa bisa begitu?

Siswa 1 : Karena saya tidak tahu berapa panjang sisi bangun tersebut.

Guru : Tepat sekali, jadi kendalanya adalah kita jadi susah untuk mengkaitkan ukuran sisi-sisi bangun datar tersebut dengan jari-jari lingkaran.

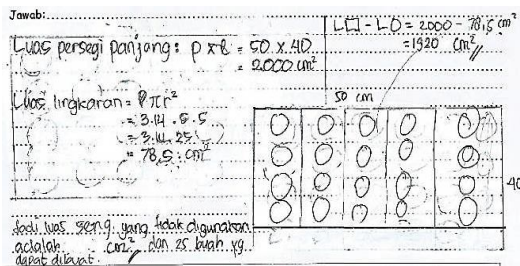
Siswa 1 : Baik Bu.

#### Pembelajaran IV: Menyelesaikan Permasalahan Matematika Terbuka

Pada pembelajaran IV ini siswa diminta untuk menyelesaikan beberapa permasalahan terbuka yang berkaitan dengan luas daerah lingkaran. Pada pembelajaran ini juga disajikan permasalahan tertutup yang dikembangkan dengan pertanyaan *what-if* sehingga siswa dapat menganalisis dan melihat secara jelas perubahannya menjadi permasalahan matematika terbuka.

Dalam menjawab permasalahan tertutup, siswa sudah dapat melakukannya dengan baik. Siswa sudah mampu menerapkan konsep luas daerah lingkaran yang dimiliki untuk menyelesaikan permasalahan yang disajikan. Siswa juga sudah dapat menjawab pertanyaan *what-if* dengan baik. Berikut adalah contoh pekerjaan siswa pada permasalahan "Selembur seng berbentuk persegi panjang berukuran 50 cm x 40 cm. Dari seng tersebut, akan dibuat tutup kaleng berbentuk lingkaran dengan jari-jari 5 cm. Jika akan dibuat tutup kaleng sebanyak mungkin, luas seng yang tidak digunakan adalah?".



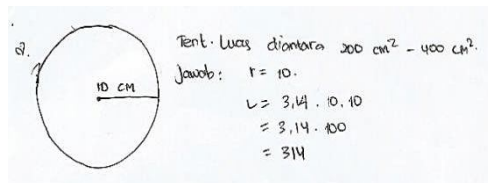


Gambar 4. Jawaban Siswa

Pertanyaan <i>What-If</i>	
Bagaimanakah yang terjadi jika tutup kaleng yang dibuat berjari-jari lebih atau kurang dari 5 cm?	Bisa dibuat tetapi dengan jumlah yang berbeda. Jika jari-jari tutup kaleng yang berbentuk lingkaran memiliki jari-jari kurang dari 5 maka tutup kaleng yang akan dibentuk dapat melebihi 2 tutup kaleng.
Bagaimanakah jika jari-jari dari tutup kaleng melebihi ukuran panjang atau lebar dari seng?	Tidak akan bisa. Karena jika jari-jari tutup kaleng melebihi ukuran panjang atau lebar maka pasti letak luas lingkaran itu tidak akan bisa dan pada luas seng yang berbentuk persegi panjang.

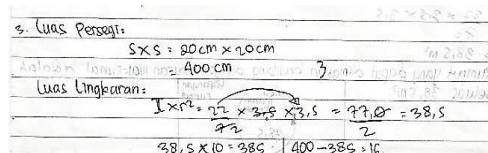
Gambar 5. Jawaban Siswa Terhadap Pertanyaan *What-if*

Kegiatan berikutnya adalah menyelesaikan permasalahan matematika terbuka. Pada kegiatan ini, secara umum siswa sudah dapat menyelesaikan 3 buah permasalahan matematika terbuka yang disajikan dengan baik. Siswa sudah mampu menunjukkan perkembangan yang cukup besar pada pemikirannya. Siswa sudah mulai bisa berpikir secara kritis, kreatif, maupun divergen dalam menyelesaikan permasalahan matematika terbuka yang memang memungkinkan banyak cara dan banyak solusi. Namun, ada beberapa kendala yang masih terjadi pada kemampuan *reasoning* siswa. Beberapa siswa masih ada yang melakukan *reasoning* dengan cara coba-coba, misalnya dalam menentukan ukuran. Hal ini menyebabkan *reasoning* yang dilakukan siswa menjadi kurang efektif.



Gambar 6. Siswa Melakukan *Reasoning* yang Kurang Efektif

Selain itu, ada juga beberapa siswa yang masih melakukan kesalahan pada *reasoning*. Kesalahan tersebut terjadi pada permasalahan “seng dan tutup kaleng”. Beberapa siswa menentukan banyaknya tutup kaleng yang dapat dibuat hanya dengan mengandalkan perhitungan saja. Hal ini banyak ditemukan pada *pre-test*. Pada pembelajaran ke 4 ini sudah terjadi perbaikan pada jawaban siswa. Siswa sudah mampu melakukan penggambaran yang sesuai untuk menentukan banyak tutup kaleng yang dapat dibuat. Jika tidak melakukan penggambaran dan hanya mengandalkan perhitungan, jawaban yang diperoleh siswa akan keliru. Hal ini disebabkan karena tidak semua siswa seng dapat dibuat kembali menjadi tutup kaleng. Berikut adalah contoh jawaban siswa.



Gambar 7. Kekeliruan Siswa

Selain kesalahan yang dilakukan siswa, ada temuan yang menarik yang diperoleh dari pembelajaran IV ini. Temuan ini terkait dimana siswa menyambungkan tali pada permasalahan “kambing dan rumput” untuk dapat membuat luas area makan kambing yang lebih luas. Hal ini mencirikan bahwa sudah ada peningkatan pada pemahaman siswa terhadap permasalahan matematika terbuka serta meningkatnya kemampuan siswa untuk berpikir kritis, divergen, dan kreatif. Berikut adalah jawaban siswa tersebut.

$L_{\square} = 21 \text{ m} \cdot 7 \text{ m}$   
 $= 147 \text{ m}^2$   
 Jika tali busung =  $4,5 \text{ m}$   
 $L_{\text{daerah melon}} = \pi r^2$   
 $= 3,14 \cdot 4,5^2$   
 $= 20,21 \text{ m}^2$   
 Mencari berapa kali pindah =  $\frac{L_{\square}}{L_{\text{daerah melon}}}$   
 $= \frac{147 \text{ m}^2}{20,21 \text{ m}^2}$   
 $= 7,3 \text{ m}^2$  dibulatkan menjadi 7.  
 Banyak area melon =  $20,25 \times 7$   
 $= 141,75 \text{ m}^2$   
 Sisa rumput =  $147 - 141,75$   
 $= 5,25 \text{ m}^2$   
 Jadi luas area melon =  $141,75 \text{ m}^2$ .

Gambar 8. Kreativitas pada Jawaban Siswa

#### 4. Simpulan

Dari ketiga siklus yang dilaksanakan, diperoleh kesimpulan bahwa secara umum HLT yang diwujudkan melalui pembelajaran yang diterapkan dapat mengembangkan kemampuan siswa dalam menangani permasalahan matematika terbuka terutama pada aspek pemahaman siswa terhadap permasalahan matematika terbuka serta aspek kemampuan siswa dalam melakukan *reasoning* dalam menangani permasalahan matematika terbuka. Beberapa temuan yang penting diantara lain adalah kegiatan yang terlalu padat dapat menyebabkan siswa mengalami kekurangan waktu dalam pelaksanaan pembelajaran. Selain itu, kesulitan siswa dalam mencari metode lain dalam menghitung luas daerah lingkaran maupun bangun datar lainnya menggunakan kertas berpetak dapat diatasi dengan memberikan bimbingan kepada siswa. Namun, seiring berlangsungnya pembelajaran siswa sudah dapat dengan baik menemukan metode lain serta memilih dan menggunakan metode yang efisien dalam menghitung luas daerah lingkaran maupun bangun datar lainnya.

Hal yang penting adalah perlu adanya penekanan pada cara siswa dalam melakukan *reasoning* dimana siswa diharapkan tidak melakukan *reasoning* yang tidak efektif seperti dengan cara coba-coba dalam menentukan ukuran. Siswa juga memerlukan kemampuan

representasi dan berpikir secara riil dalam menyelesaikan permasalahan agar siswa dapat memikirkan cara terbaik dalam menyelesaikan permasalahan matematika terbuka. Hal ini terlihat dari permasalahan “seng dan tutup kaleng” dimana jika siswa dapat berpikir secara riil siswa akan mampu menentukan banyak tutup kaleng yang dapat dibuat secara tepat melalui penggambaran maupun cara lainnya tidak hanya mengandalkan perhitungan saja. Selain itu, yang sangat penting untuk diperhatikan adalah aspek keterhubungan antar pembelajaran. Hal ini dimaksudkan, dalam menyusun HLT untuk mengembangkan kemampuan siswa dalam menangani permasalahan matematika terbuka, sebaiknya tiap pembelajaran terhubung satu sama lain.

#### 5. Daftar Pustaka

- Bakker, A. (2004). *Design research in statistics education: On symbolizing and computer tools*. (Doctoral Dissertation). Utrecht: CD-beta press.
- Bakker, A., & Eerde, V. 2015. *An introduction to design-based research with an example from statistics education*. In A. Bikner-Ahsbabs, C. Knipping, & N. Presmeg (Eds.), *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education* (pp. 429-466). New York: Springer. doi:10.1007/978-94-017-9181-6\_16.
- Barab, S., & Squire, K. 2004. *Design-based research: Putting a stake in the ground*. *Journal of the Learning Sciences*, 13, 1-14. doi:10.1207/s15327809jls1301\_1. Tersedia pada [http://www.didaktik.itn.liu.se/Texter/Barab\\_Squire\\_2004.pdf](http://www.didaktik.itn.liu.se/Texter/Barab_Squire_2004.pdf) (diakses Tanggal 8 Juni 2015)
- Cifarelli, V. V., Cai, J. (2005). *The Evolution of Mathematical Explorations in Open-Ended Problem Solving Situations*. *The*

- Journal of Mathematical Behavior*. Vol 24(3), pp. 302-324.
- Clarke, D., dkk. 1992. Student Response Characteristics to Open-Ended Tasks in Mathematical and Other Academic Contexts. Tersedia pada [http://www.merga.net.au/documents/RP\\_Clarke\\_Sullivan\\_Spandel\\_1992.pdf](http://www.merga.net.au/documents/RP_Clarke_Sullivan_Spandel_1992.pdf) (diakses Tanggal 01 Oktober 2015).
- Frambach, J. M., van der Vleuten, C. P., & Durning, S. J. 2013. AM last page: Quality criteria in qualitative and quantitative design research. *Academic Medicine*, 88, 552.
- Gravemeijer, K. (2004). Local instruction theories as means of support for teachers in reform mathematics education. *Mathematical Thinking and Learning*, 6, 105-128. doi:10.1207/s15327833mtl0602\_3.
- Lowrie, T., dkk. 2000. *Knowledge and Strategies Students Employ to Solve Open-Ended Problem-Solving Activities*. Tersedia pada [http://www.merga.net.au/documents/RP\\_Lowrie\\_Francis\\_Rogers\\_2000.pdf](http://www.merga.net.au/documents/RP_Lowrie_Francis_Rogers_2000.pdf) (diakses Tanggal 01 Oktober 2015).
- Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26, 114-145.
- Song, S.H., dkk. 2007. *Posing Problem With Use The 'What If Not?' Strategy in NIM Game*. Tersedia pada [www.emis.de/proceedings/PME31/4/192.pdf](http://www.emis.de/proceedings/PME31/4/192.pdf) (diakses Tanggal 16 Agustus 2015).
- Sudiarta, IGP. 2005. *Pengembangan Kompetensi Berpikir Divergen dan Kritis Melalui Pemecahan Masalah Matematika Open-Ended*. Tersedia pada [pasca.undiksha.ac.id/images/img\\_item/689.doc](http://pasca.undiksha.ac.id/images/img_item/689.doc) (diakses Tanggal 5 Juni 2015).
- Sugiyono. 2013. *Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif, dan R&D*. Bandung: Alfabeta.
- Sujarwo. 2013. *Desain Sistem Pembelajaran*. Tersedia pada <http://staff.uny.ac.id/sites/default/files/penelitian/Dr.%20Sujarwo,%20M.Pd./Desain%20Pembelajaran-pekerti.pdf> (diakses Tanggal 16 November 2015).
- Sullivan, P., dkk. 2000. *Students' Responses to Content Specific Open-Ended Mathematical Task*. Tersedia pada <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.466.3327&rep=rep1&type=pdf> (diakses Tanggal 01 Oktober 2015).
- Vui, T. 2014. *Using Dynamic Visual Representations to Discover Possible Solutions in Solving Real-life Open-ended problems*. Prosiding Seminar International Conference on Research, Implementation and Education of Mathematics and Science (ICRIEMS) 19 Mei 2014 UNY Yogyakarta.